



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## COURSE SYLLABUS

### Mathematics I

1920-1-E2702Q001

---

#### Obiettivi

Conoscere e comprendere i concetti di base e i

**fondamenti e delle tecniche di calcolo differenziale e integrale (di base) per funzioni reali di una variabile reale.**

Acquisire la capacità di elaborazione critica e autonoma dei concetti fondamentali appresi.

Essere in grado di esporre in modo preciso, rigoroso ed esauritivo sia le conoscenze teoriche acquisite che le soluzioni, sviluppate in autonomia, di esercizi e problemi.

#### Contenuti sintetici

I numeri reali, operazioni e loro proprietà. Funzioni elementari, proprietà e loro grafici. Successioni numeriche, limiti di successione, proprietà e tecniche di calcolo. Forme di indecisione. Confronto di infiniti. Serie numeriche, criteri di convergenza. Limiti di funzione. Continuità. La derivata, i teoremi del calcolo differenziale. Il teorema di Taylor. Funzioni primitive e integrale indefinito. Integrale di Riemann. Integrali generalizzati.

## Programma esteso

**Numeri reali.** Numeri naturali  $\mathbb{N}$ , interi relativi  $\mathbb{Z}$ . Il campo  $\mathbb{Q}$  di numeri razionali. I numeri reali  $\mathbb{R}$  come numeri decimali. L'asse reale, ordinamento. Intervalli. Interni. Valore assoluto. Insieme limitato in  $\mathbb{R}$ . Massimo e minimo. Estremo superiore, estremo inferiore di un insieme di numeri reali. I numeri reali come campo ordinato, completo. Radici, potenze e logaritmi. Principio di induzione.

**Funzioni reali di una variabile reale.** Definizione. Dominio e immagine. Grafico di una funzione. Funzioni elementari: potenze, esponenziali, funzioni logaritmiche. La successione come una funzione definita in  $\mathbb{N}$ . Funzione limitata. Massimo, minimo, estremo superiore, inferiore di una funzione. Proprietà di una funzione reale: iniettiva, suriettiva, biiettiva, crescente, decrescente, monotona, convessa, concava, pari, dispari. Estremanti, punti di minimo assoluto o relativo. Riconoscimento delle definizioni date dalla lettura del grafico. Funzione composta, funzione inversa. Funzioni periodiche, funzioni trigonometriche e loro inverse. Risoluzione delle disequazioni mediante inversione delle funzioni iniettive e monotone.

**Numeri complessi.** Il campo  $\mathbb{C}$  dei numeri complessi: forma algebrica, operazioni, uguaglianza. Rappresentazione nel piano complesso. Coordinate polari, modulo e argomento, forma trigonometrica, uguaglianza. La formula di De Moivre. Formula delle radici  $n$ -esime di un numero complesso  $w$  (soluzioni in  $\mathbb{C}$  dell'equazione  $z^n = w$ ). Il teorema fondamentale dell'algebra.

**Limiti.** Limiti di successione, di funzioni. Proprietà: unicità del limite, permanenza del segno, esistenza del limite per le funzioni monotone (dimostrato per le successioni  $*$ ). Criterio del confronto. Operazioni con limiti, forme di indecisione. Il criterio del rapporto. Il limite  $e$ . Limiti notevoli. Simbolo di *Landau* asintotico, o *piccolo*. Ordine di un infinitesimo / infinito, rispetto ad un campione.

**Serie numeriche.** Successione delle somme parziali. Carattere di una serie. Serie regolare: convergente, divergente, serie irregolare. Serie geometrica, serie armonica, armonica generalizzata. Condizione necessaria di convergenza. Serie a termini positivi: regolarità delle serie a termini positivi. Criteri di convergenza: confronto, confronto asintotico, criterio della radice e del rapporto. Serie con segni alterni e criterio di Leibniz. Convergenza semplice e assoluta.

**Continuità.** Funzione continua in un punto, continua su un insieme. Classificazione delle discontinuità. Operazioni tra funzioni continue, continuità della funzione composta. Proprietà delle funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato: teorema di Weierstrass, degli zeri, di Darboux (o dei valori intermedi). Continuità e monotonia. Continuità della funzione inversa.

**Calcolo differenziale.** Derivata e sua interpretazione geometrica. Equivalenza tra derivabilità e differenziabilità per funzioni di una variabile reale. Equazione della linea tangente. Punti di non-derivabilità. Continuità e derivabilità. Regole di calcolo delle derivate. Punti stazionari. Teoremi del calcolo differenziale: Fermat, Rolle, Lagrange e suoi corollari, esempi e controesempi. I teoremi di De l'Hôpital. Derivate di ordine superiore. Approssimazione polinomiale: formula di Taylor, resto di Peano e resto di Lagrange. Le formule di McLaurin. Convessità e punti di flesso. Uso delle derivate di ordine superiore per stabilire la natura di un punto stazionario. Asintoti. Studio del

grafico di una funzione. Funzioni primitive e integrale indefinito. Metodi elementari per la ricerca di un primitivo. Integrazione per parti, per sostituzione (cambio di variabile). Integrazione di funzioni razionali.

**L'integrale di Riemann.** Definizione e sue proprietà. Il teorema del valor medio integrale . Funzione integrale, integrazione e differenziazione . Il teorema fondamentale del calcolo. Integrali generalizzati, definizioni ed esempi. Convergenza di integrali improprie.

## Prerequisiti

Operazioni tra insiemi, unione, intersezione; appartenenza e inclusione. Operazioni e confronto tra numeri reali, ordinamento. Proprietà delle potenze. Equazioni di secondo grado. Sviluppo binomiale. Polinomi, divisione tra polinomi, radice di un polinomio, la regola di Ruffini. Scomposizione in fattori. Disequazioni di primo e secondo grado, disequazioni razionali. Coordinate cartesiane. La retta , la parabola, il cerchio. Gradi e radianti. Elementi di trigonometria. Sistemi di equazioni di primo grado.

## Modalità didattica

In aula, insegnamento frontale con l'ausilio della lavagna.

## Materiale didattico

Gli studenti possono scegliere **uno** di questi due libri:

--S.Salsa, C.Pagani, *Matematica. Per i diplomi universitari*. Zanichelli.

oppure,

--M. Conti, D.L. Ferrario, S. Terracini, G. Verzini: *Analisi matematica, Vol I, dal calcolo all'analisi*, Apogeo, 2006.

Inoltre, verranno distribuite alcune note e altro materiale per diversi argomenti. Saranno disponibili sul sito e-learning del corso.

Ulteriori esercizi (extra) possono trovarsi sul libro:

--S.Salsa, A.Squellati, *Esercizi di Analisi matematica 1*, Zanichelli.

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Primo Semestre

## **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30 con eventuale lode.

Nella prova scritta si valuta la conoscenza dei contenuti del corso e la capacità di applicarli alla risoluzione di problemi. Si richiede inoltre la capacità di esporre le definizioni, gli enunciati dei teoremi, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte nel corso. La valutazione tiene conto dell'esattezza delle risposte, della completezza nonché della chiarezza espositiva.

Esame scritto con **eventuale colloquio orale**.

La prova scritta si intende superata SOLO se la votazione è maggiore o uguale di 18/30.

La prova scritta è composta da esercizi (Simili agli esercizi fatti a lezione e/o proposti negli esercizi agli studenti) fino a 24 punti e fino a un massimo di 6 punti di teoria (definizioni di concetti di base e risolti visti a lezione).

### **Prova orale (facoltativa)**

La prova orale è **facoltativa** e si terrà di norma qualche giorno dopo la prova scritta. Si tratta di una discussione

sulla prova scritta e sui risultati e sui metodi illustrati nel corso. È possibile sostenere il colloquio orale **soltanto** se il voto della prova scritta è maggiore o uguale a **18/30**.

Nel caso si decida di **non sostenere** la prova orale, il voto finale (verbalizzato solo se sufficiente) sarà uguale al **voto** della prova scritta.

In caso di esito positivo della prova scritta, Lo studente che si ritenga preparato, ha facoltà di sostenere la prova orale. Il colloquio orale individuale è volto a verificare il livello delle conoscenze acquisite; l'autonomia di analisi e giudizio; le capacità espositive dello studente. La valutazione tiene conto dell'esattezza delle risposte, della completezza nonché della chiarezza espositiva.

Resta inteso che *qualunque esito è possibile* nel momento in cui lo studente decida di presentarsi anche alla prova orale. In particolare, un orale molto scarso può abbassare il voto della prova scritta e potrebbe risultare in un voto finale non sufficiente (minore di 18/30).

Gli studenti che non abbiano superato la prova scritta **saranno convocati alla prova orale e potranno sostenere essa SOLTANTO SE:**

-hanno avuto nella prova scritta un voto uguale o maggiore a **17/30, oppure**

- hanno avuto nella prova scritta un voto **uguale o maggiore a 16/30 di cui al meno 4/6 nelle domande teoriche.**

### **Prove in itinere**

Durante il semestre ci saranno **due** prove in itinere. Il **voto complessivo** delle prove in itinere è la media aritmetica dei loro voti.

Il risultato delle due prove intermedie vale come **sostituzione** di una (e una sola) prova scritta dell'anno accademico corrispondente.

Lo svolgimento di una prova scritta annulla automaticamente la validità del risultato delle prove intermedie.

### **Orario di ricevimento**

Il ricevimento è? per appuntamento via email.

