



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## SYLLABUS DEL CORSO

### Analisi III

1920-3-E3501Q056

---

#### Obiettivi

l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze di base per lo studio di problemi di analisi matematica avanzata. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere le tecniche dimostrative per risolvere esercizi e affrontare problemi di analisi matematica.

#### Contenuti sintetici

Spazi di Banach. Spazi  $L^p$ . Spazi di Hilbert. Serie di Fourier. Teorema di Baire. Teorema della Mappa Aperta. Teorema di Banach-Steinhaus. Teorema di Hahn Banach. Spazio duale. Convergenza debole.

#### Programma esteso

Definizione ed esempi di spazi di Banach. Definizione di  $L^p(X, \mu)$ ,  $\mu$  misura positiva. Disuguaglianze di Holder e di Minkowski. Completezza di  $L^p(X, \mu)$ . Inclusioni di spazi  $L^p(X, \mu)$ ,  $\mu$  finita. Inclusioni di spazi  $L^p(Z)$ . Relazioni tra convergenze in norma  $p$ , in misura e puntuale. Desintesi di  $C_c(\mathbb{R}^n)$  e dello spazio di Schwartz in  $L^p(\mathbb{R}^n)$ . Dualità degli spazi  $L^p$  (solo enunciato).

Spazi di Hilbert. Definizione di prodotto interno. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Definizione di spazio di Hilbert. Punti di minima distanza da un chiuso convesso. Teorema delle proiezioni. Disuguaglianza di Bessel. Sistemi ortonormali completi. Formula di Parseval. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Serie di Fourier per funzioni in  $L^1(T)$ ,  $T$  toro.

Nucleo di Dirichlet.

Convergenza in  $L^2$ .

Convergenza puntuale.

Operatori lineari tra spazi vettoriali normati. Spazio duale. Teorema di Baire. Teorema di Banach – Steinhaus.

Divergenza delle serie di Fourier.

Teorema della mappa aperta e del grafico chiuso.

Non suriettività della trasformata di Fourier da  $L^1(\mathbb{T})$  in  $C_0(\mathbb{Z})$ . Teorema di Hahn – Banach.

Convergenza debole.

## **Prerequisiti**

Topologia elementare. Algebra lineare. Calcolo differenziale ad una e più variabili. Calcolo integrale. Teoria della misura. Numeri complessi.

## **Modalità didattica**

Lezioni frontali in aula, suddivise in: lezioni teoriche in cui vengono fornite le conoscenze su definizioni, risultati ed esempi rilevanti e altre lezioni in cui gli studenti risolvono gli esercizi alla lavagna mostrando le loro capacità di utilizzare le nozioni precedenti per affrontare i problemi di analisi matematica.

## **Materiale didattico**

W. Rudin "Real and Complex Analysis"

H. Brezis "Analyse fonctionnelle. Théorie et applications"

Note del docente

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Secondo semestre

## **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

Esame scritto e orale.

Durante il corso gli studenti sono invitati a svolgere esercizi alla lavagna (precedentemente assegnati). Per ogni esercizio svolto alla lavagna viene assegnato un punto (per un massimo di 3) che si somma poi al punteggio dello

scritto.

Prova scritta.

La prova scritta consiste in esercizi volti a verificare la comprensione dei contenuti del corso, l'abilità di applicare alla risoluzione di problemi le tecniche dimostrative apprese, la chiarezza espositiva. A ogni esercizio verrà attribuito un punteggio parziale massimo, in ragione della sua difficoltà e lunghezza; nella valutazione dello studente verrà assegnato un punteggio in ragione dell'esattezza, della completezza, del rigore, della chiarezza e dell'organicità dello svolgimento. Il punteggio massimo per lo scritto è 33.

Gli esercizi proposti sono in linea con quelli svolti durante le lezioni.

L'ammissione alla prova orale avviene con una valutazione dello scritto maggiore o uguale a 16 (prima di sommare gli eventuali punti per la risoluzione di esercizi alla lavagna).

La durata della prova scritta è generalmente di due ore.

Prova orale

L'esame orale consiste in una discussione dello scritto e in domande di carattere teorico (definizioni e teoremi con dimostrazione). Nella prova orale verranno valutate la conoscenza e la comprensione del contenuto del corso, nonché la capacità di organizzare in modo lucido, efficace e ben strutturato un'esposizione coerente e puntuale.

Il voto finale è dato dalla media del punteggio della prova scritta (comprensiva degli eventuali punti per la risoluzione di esercizi alla lavagna) e del punteggio della prova orale.

## **Orario di ricevimento**

Per appuntamento.

---