

## SYLLABUS DEL CORSO

### Geometria III

1920-3-E3501Q055

---

#### Obiettivi

Lo scopo dell'insegnamento è introdurre lo studente allo studio degli spazi topologici mediante il più basilare invariante algebrico ad essi associato, ossia il primo gruppo fondamentale, e alla teoria e utilizzo delle forme differenziali e della loro integrazione nel contesto delle varietà differenziali, un ambito ben più generale e flessibile di quello considerato nel corso di Geometria II.

I risultati di apprendimento attesi includono:

- Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in nella teoria del primo gruppo fondamentale e delle forme differenziali; la conoscenza e la comprensione di alcune sue applicazioni, in particolare allo studio di mappe lisce proprie tra varietà differenziali e del loro grado; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria;
- Capacità: la capacità di applicare le conoscenze astratte acquisite alla risoluzione di semplici esercizi di calcolo e problemi teorici, richiamando in modo corretto e conseguente i risultati utilizzati; la capacità di maneggiare il calcolo algebrico, differenziale e integrale delle forme differenziali e di utilizzarlo nello studio di alcune semplici situazioni concrete, quali lo studio del gruppo fondamentale di alcuni semplici spazi e di mappe proprie lisce tra varietà differenziali; la capacità di applicare il bagaglio concettuale appreso alla costruzione e discussione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro, pertinente e preciso i contenuti teorici del corso.

#### Contenuti sintetici

Rivestimenti topologici e primo gruppo fondamentale; varietà differenziali, fibrati tangenti, differenziale; campi vettoriali e loro flussi; forme differenziali; Teoremi di Gauss-Green e Stokes; teoria di De Rham (brevi cenni); teoria

[del grado.](#)

## **Programma esteso**

[Rivestimenti topologici e primo gruppo fondamentale; teoremi di sollevamento; teorema di Seifert-Van Kampen;](#) varietà differenziali; campi vettoriali e fibrati tangenti; forme differenziali; tirato indietro e differenziale esterno; derivata di Lie e formula magica di Cartan; varietà orientate e teoria dell'integrazione; domini lisci e Teorema di Stokes; mappe proprie e loro grado; omotopie proprie; applicazioni (esempio: ritrazioni, campi vettoriali su sfere).

## **Prerequisiti**

Il contenuto dei corsi di Geometria I e II, di Analisi I e (in parte) II, di Algebra Lineare e Geometria.

## **Modalità didattica**

Lezioni frontali: 6 cfu;

## **Materiale didattico**

Due testi particolarmente attinenti al contenuto del corso sono i seguenti:

- W. Fulton, Algebraic Topology, a first course, Springer Verlag 1995
- V. Guillemin and P. Haine, Differential forms, World Scientific 2019

Altre letture consigliate sono:

- M. Do Carmo, Differential forms and applications, Springer Verlag 1996;
- V. Guillemin, A. Pollack, Differential Topology 1974;

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Il semestre

## **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

Durante lo svolgimento del corso, verranno offerte due prove in itinere, attinenti alla prima e alla seconda metà del corso, rispettivamente, ciascuna delle quali consisterà in una combinazione flessibile ma bilanciata di esercizi computazionali e domande teoriche, sulla falsariga di quanto viene proposto nelle prove degli appelli regolari (vedasi descrizione qui sotto). Le domande teoriche verteranno su definizioni, enunciati di teoremi, dimostrazioni, costruzione di esempi e controesempi e semplici problemi teorici. Per superare l'esame mediante le prove in itinere, lo studente deve ottenere la sufficienza (18/30) in entrambe. Le due prove in itinere contribuiranno in egual misura alla formazione del voto finale.

Gli studenti che non superano l'esame mediante le prove in itinere potranno sostenere gli appelli regolari. In occasione di ogni sessione d'esame, verranno offerte due prove scritte, attinenti, come le prove in itinere alla prima metà e alla seconda metà del corso, rispettivamente e strutturate nello stesso modo. Ogni prova scritta consisterà quindi di una combinazione flessibile ma bilanciata di esercizi computazionali e di domande teoriche.

Attraverso gli esercizi computazionali, verrà valutata la capacità dello studente di maneggiare con padronanza e precisione il formalismo introdotto e di utilizzarlo per eseguire semplici calcoli, nonché di mettere all'opera le conoscenze teoriche trasmesse, richiamandole in modo preciso e pertinente.

Attraverso le domande teoriche verranno valutate la conoscenza e la comprensione dell'impianto concettuale del corso, nonché la capacità di organizzare in modo lucido, efficace e ben strutturato un'esposizione coerente e puntuale.

Per superare l'esame negli appelli regolari, lo studente ottenere la sufficienza di 18/30 in ciascuna delle due prove scritte. Non è necessario che le prove vengano superate nel medesimo appello d'esame. E' altresì consentito superare una delle due prove in corrispondenza di una prova in itinere e un'altra in occasione di un appello regolare.

A ogni esercizio/quesito (o problema) teorico di ciascuna prova verrà attribuito un punteggio parziale massimo, in ragione della sua difficoltà e lunghezza; nella valutazione dello studente verrà assegnato un punteggio in corrispondenza di ogni esercizio/quesito (o problema) teorico non superiore a quello massimo previsto, in ragione dell'esattezza, della completezza, del rigore, della chiarezza e dell'organicità dello svolgimento.

L'esatta suddivisione del corso nelle due parti verrà comunicata durante lo stesso e con ampio anticipo rispetto alle prove.

## **Orario di ricevimento**

Su appuntamento

---