UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Matematica I

2021-1-E2702Q001

Obiettivi

Conoscere e comprendere i concetti di base e i fondamenti delle tecniche di calcolo differenziale e integrale per funzioni di una variabile reale.
Acquisire la capacità di elaborazione critica e autonoma dei concetti fondamentali appresi.
Acquisite la capacità di calcolo sulla base di esercizi e problemi svolti sia sotto la direzione del docente che in autonomia.
Essere in grado di esporre in modo rigoroso e preciso le conoscenze teoriche acquisite e la soluzione di problemi ed esercizi.

Contenuti sintetici

I numeri reali, operazioni e loro proprietà. Funzioni elementari, proprietà e loro grafici. Successioni numeriche, limiti di successione, proprietà e tecniche di calcolo. Forme di indecisione. Confronto di infiniti. Serie numeriche, criteri di convergenza. Limiti di funzione. Continuità. La derivata, i teoremi del calcolo differenziale. Il teorema di Taylor. Funzioni primitive e integrale indefinito. Integrale di Riemann. Integrali generalizzati.

Programma esteso

Numeri reali. Numeri naturali N, interi relativi Z. Principio di induzione. Il campo Q di numeri razionali: proprietà e mancanze. L'equazione $x^2 = 2$ non ha soluzioni in Q. I numeri reali R come numeri decimali. L'asse reale, ordinamento. Intervalli. Intorni. Valore assoluto. Insieme limitato in R. Massimo e minimo. Estremo superiore, estremo inferiore di un insieme di numeri reali. I numeri reali come campo ordinato, completo. Radici, potenze e logaritmi.

Funzioni reali di una variabile reale. Definizione. Dominio e immagine. Grafico di una funzione. Funzioni elementari: potenze, esponenziali, funzioni logaritmiche. La successione come una funzione definita in N. Funzione limitata. Massimo, minimo, estremo superiore, inferiore di una funzione. Proprietà di una funzione reale: iniettiva, suriettiva, bijettiva, crescente, decrescente, monotona, convessa, concava, pari, dispari. Estremanti, punti di minimo assoluto o relativo. Riconoscimento delle definizioni date dalla lettura del grafico. Funzione composta, funzione inversa. Funzioni periodiche, funzioni trigonometriche e loro inverse. Risoluzione delle disequazioni mediante inversione delle funzioni iniettive e monotone.

Numeri complessi. Il campo C dei numeri complessi: forma algebrica, operazioni, uguaglianza. Rappresentazione nel piano complesso. Coordinate polari, modulo e argomento, forma trigonometrica, uguaglianza. La formula di De Moivre. Formula delle radici n-esime di un numero complesso (soluzioni in C dell'equazione $z^n = w$). Il teorema fondamentale dell'algebra.

Limiti. Limiti di successione, di funzioni. Proprietà: unicità del limite , permanenza del segno , esistenza del limite per le funzioni monotone. Criterio del confronto. Operazioni con limiti, forme di indecisione. Il criterio del rapporto. Il limite e. .Limiti notevoli. Simbolo di *Landau* asintotico, *o piccolo*. Ordine di un infinitesimo / infinito, rispetto ad un campione.

Serie numeriche. Successione delle somme parziali. Carattere di una serie. Serie regolare: convergente, divergente,. Serie irregolare. Serie geometrica, serie armonica, armonica generalizzata. Condizione necessaria di convergenza. Serie a termini positivi: regolarità delle serie a termini positivi. Criteri di convergenza: confronto , confronto asintotico, criterio della radice e del rapporto. Serie con segni alterni e criterio di Leibniz. Convergenza semplice e assoluta.

Continuità. Funzione continua in un punto, continua su un insieme. Classificazione delle discontinuità. Operazioni tra funzioni continue, continuità della funzione composta. Proprietà delle funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato: teorema di Weierstrass, degli zeri , di Darboux (o dei valori intermedi) . Continuità e monotonia. Continuità della funzione inversa.

Calcolo differenziale. Derivata e sua interpretazione geometrica. Equivalenza tra derivabilità e differenziabilità per funzioni di una variabile reale. Equazione della linea tangente. Punti di non-derivabilità. Continuità e derivabilità . Regole di calcolo delle derivate. Punti stazionari. Teoremi del calcolo differenziale: Fermat , Rolle , Lagrange e suoi corollari, esempi e controesempi. I teoremi di De l'Hòpital. Derivate ??di ordine superiore. Approssimazione polinomiale: formula di Taylor, resto di Peano e resto di Lagrange. Le formule di McLaurin. Convessità e punti di flesso. Uso delle derivate di ordine superiore per stabilire la natura di un punto stazionario . Asintoti. Studio del grafico di una funzione. Funzioni primitive e integrale indefinito. Metodi elementari per la ricerca di un primitivo. Integrazione per parti, per sostituzione (cambio di variabile). Integrazione di funzioni razionali.

L'integrale di Riemann. Definizione e sue proprietà. Il teorema del valor medio integrale . Funzione integrale, integrazione e differenziazione . Il teorema fondamentale del calcolo. Integrali generalizzati, definizioni ed esempi.

Prerequisiti

Operazioni tra insiemi, unione, intersezione; appartenenza e inclusione. Operazioni e confronto tra numeri reali, ordinamento. Proprietà delle potenze. Equazioni di secondo grado. Sviluppo binomiale. Polinomi, divisione tra polinomi, radice di un polinomio, la regola di Ruffini. Scomposizione in fattori. Disequazioni di primo e secondo grado, disequazioni razionali. Coordinate cartesiane. La retta , la parabola, il cerchio. Gradi e radianti. Elementi di trigonometria. Sistemi di equazioni di primo grado.

Modalità didattica

Lezioni frontali di carattere teorico ed esercitazioni. Nel periodo di emergenza Covid-19 l'attività didattica si svolgerà in modalità mista: parziale presenza e lezioni / esercitazioni videoregistrate.

Le modalità di svolgimento dei corsi potranno variare a seguito dell'evoluzione della situazione sanitaria.

Materiale didattico

Libri consigliati

- Marco Bramanti, Carlo D. Pagani, Sandro *Salsa Analisi matematica 1*. Zanichelli 2014.
- Sandro Salsa, Annamaria Squellati, *Esercizi di Analisi matematica.* Zanichelli 2011.

Di entrambi sono disponibili versioni in formato E-book

Dispense di *Analisi Matematica 1* disponibili online

- http://staff.matapp.unimib.it/~demichele/libro.pdf

Ulteriore materiale didattico

Sulla piattaforma E-Learning verrano resi disponibili note, esercizi ed altro materiale su argomenti specifici del corso.

Rimangono validi i libri di testo consigliati lo scorso anno:

- S.Salsa, C.Pagani, *Matematica. Per i diplomi universitari.* Zanichelli.
- M. Conti, D.L. Ferrario, S. Terracini, G. Verzini: *Analisi matematica, Vol I, dal calcolo all'analisi*, Apogeo, 2006.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo Semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

La verifica del profitto è attraverso un esame scritto con eventuale colloquio orale. Sono previste inoltre due prove *in itinere* che, se effettuate, esenteranno dalla prova scritta complessiva e concorreranno a determinare la votazione finale.

Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, la prova orale dell'esame si svolgerà da remoto mediante la piattaforma WebEx (o simile), con accesso reso disponibile sulla pagina E-learning dell'insegnamento. Le modalità di svolgimento della prova scritta verranno precisate in seguito.

Prova scritta

Nella prova scritta si valuta la conoscenza dei contenuti del corso e la capacità di applicarli alla risoluzione di problemi. Si richiede inoltre la capacità di esporre le definizioni, gli enunciati dei teoremi, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte nel corso. La valutazione tiene conto dell'esattezza delle risposte, della completezza nonché della chiarezza espositiva.

In accordo, la prova scritta è composta di due parti.

ESERCIZI: risposta a quesiti simili a quelli proposti durante il corso e che richiedono l'applicazione di specifici

principi o tecniche.

DOMANDE TEORICHE: enunciato di definizioni e teoremi o esposizione di concetti di base ed esempi illustrati durante le lezioni.

Prova orale (opzionale)

Si tratta di un breve colloquio di discussione sullo scritto.

Prove in itinere (opzionale)

Durante il semestre ci saranno due prove parziali, da svolgersi con le modalità della *prova scritta* esposte più sopra.

Orario di ricevimento

Il ricevimento è per appuntamento