



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## COURSE SYLLABUS

### Mathematical Physics

2021-3-E3501Q059

---

#### Obiettivi

Apprendere i metodi alla base delle soluzioni delle equazioni differenziali alle derivate parziali della Fisica Matematica.

#### Contenuti sintetici

Introduzione alle classiche equazioni a derivate parziali della fisica matematica e ai modelli fisici da esse rappresentati: equazione delle onde, equazione del calore, equazione di Laplace. Metodi di soluzione.

#### Programma esteso

- Introduzione alle equazioni alle derivate parziali.
  - Equazioni di Maxwell, equazione del trasporto ed equazioni di Eulero.
- Equazione del trasporto

- Caratteristiche e soluzione del problema ai dati iniziali
- Effetti di sorgenti e velocità dipendenti dallo spazio e dal tempo
- Equazione delle onde
  - Deduzione da modelli fisici (D'Alembert e Lagrange)
  - Soluzione in 1D
  - Caratteristiche e cono causale.
  - Dipendenza dalle dimensioni dello spazio: principio di Huygens e soluzione di Kirchhoff (3D)
  - Invarianza di Lorentz
  - Effetti di sorgenti e bordi (Neumann e Dirichlet)
  - Buona positura
- Equazione del calore (diffusione)
  - Deduzione da modelli fisici (legge di Fick e derivazione probabilistica alla Einstein)
  - Soluzioni autosimilari
  - Soluzione fondamentale e soluzione del problema ai dati iniziali
  - Principio del massimo debole
  - Effetti di sorgenti e bordi (Neumann e Dirichlet)
  - Buona positura
- Confronto tra equazione delle onde e del calore.
  - Nozione di relazione di dispersione.
- Equazione di Laplace
  - Soluzioni radiali
  - Prima e seconda identità di Green
  - Proprietà della media per funzioni armoniche
  - Principio del massimo forte per funzioni armoniche
  - Principio di Dirichlet
  - Condizioni al bordo di Neumann (condizioni di compatibilità) e Dirichlet
  - Equazione di Poisson: formula di rappresentazione e soluzione generale
  - Funzioni di Green
  - Metodo delle cariche immagine
- Distribuzioni
  - Definizione e proprietà fondamentali
  - Delta di Dirac e funzioni di Green
  - Metodo della trasformata di Fourier per calcolo di propagatori
  - Soluzioni deboli
- Equazione di Burgers-Hopf
  - Caratteristiche e problema ai dati iniziali.
  - Shock e loro regolarizzazione.

## Prerequisiti

Fondamenti dell'analisi classica (I & II). Elementi della geometria degli spazi euclidei finito dimensionali.  
Fondamenti di Fisica (I &II)

## **Modalità didattica**

Lezioni frontali

*Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, le lezioni del presente insegnamento si svolgeranno da remoto, mediante lezioni videoregistrate sincrone e/o asincrone, che saranno rese disponibili agli studenti sulla piattaforma elearning.*

## **Materiale didattico**

Testo di riferimento:

W. Strauss Partial differential equations, Wiley&Sons

Testi consigliati:

S.Salsa Partial differential equations in action, Springer

L.C. Evans, Partial differential equations, AMS

G. B. Whitham, Linear and nonlinear waves, Wiley&Sons

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

2° semestre

## **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

Esame orale: soluzione di esercizi, enunciati e dimostrazioni di teoremi, esempi importanti, derivazione fisica di equazioni, soluzione di esercizi proposti durante il corso.

Cinque appelli (gennaio-febbraio , giugno, luglio, settembre)

*Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, la prova orale dell'esame si svolgerà da remoto mediante la piattaforma WebEx, con accesso reso disponibile sulla pagina e-learning dell'insegnamento.*

## **Orario di ricevimento**

Su appuntamento.

---