



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Mathematical Analysis III

2021-3-E3501Q056

Obiettivi

l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze di base per lo studio di problemi di analisi matematica avanzata. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere le tecniche dimostrative per risolvere esercizi e affrontare problemi di analisi matematica.

Contenuti sintetici

Spazi di Banach. Spazi L^p . Spazi di Hilbert. Serie di Fourier. Convoluzione. Trasformata di Fourier. Teorema di Baire. Teorema della Mappa Aperta. Teorema di Banach-Steinhaus. Spazio duale. Convergenza debole.

Programma esteso

Definizione ed esempi di spazi di Banach. Definizione di $L^p(X, \mu)$, μ misura positiva. Disuguaglianze di Holder e di Minkowski. Completezza di $L^p(X, \mu)$. Inclusioni di spazi $L^p(X, \mu)$, μ finita. Inclusioni di spazi $L^p(Z)$. Relazioni tra convergenze in norma p , in misura e puntuale. Desintesi di $C_c(\mathbb{R}^n)$ e dello spazio di Schwartz in $L^p(\mathbb{R}^n)$. Dualità degli spazi L^p (solo enunciato).

Spazi di Hilbert. Definizione di prodotto interno. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Definizione di spazio di Hilbert. Punti di minima distanza da un chiuso convesso. Teorema delle proiezioni. Disuguaglianza di Bessel. Sistemi ortonormali completi. Formula di Parseval. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Serie di Fourier per funzioni in $L^1(T)$, T toro.

Nucleo di Dirichlet.

Convergenza in L^2 .

Convergenza puntuale.

Operatori lineari tra spazi vettoriali normati. Spazio duale. Teorema di Baire. Teorema di Banach – Steinhaus.

Divergenza delle serie di Fourier.

Teorema della mappa aperta e del grafico chiuso.

Non suriettività della trasformata di Fourier da $L^1(T)$ in $C_0(Z)$.

Spazio Duale.

Convergenza debole.

Prerequisiti

Topologia elementare. Algebra lineare. Calcolo differenziale ad una e più variabili. Calcolo integrale. Teoria della misura. Numeri complessi.

Modalità didattica

Lezioni frontali in aula, suddivise in: lezioni teoriche in cui vengono fornite le conoscenze su definizioni, risultati ed esempi rilevanti e altre lezioni in cui gli studenti risolvono gli esercizi alla lavagna mostrando le loro capacità di utilizzare le nozioni precedenti per affrontare i problemi di analisi matematica.

Nel periodo di emergenza Covid-19 le lezioni si svolgeranno da remoto asincrono con eventi in videoconferenza sincrona.

Materiale didattico

W. Rudin "Real and Complex Analysis"

H. Brezis "Analyse fonctionnelle. Théorie et applications"

Note del docente

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Nel periodo di emergenza Covid-19 gli esami orali saranno solo telematici. Verranno svolti utilizzando la piattaforma WebEx o la piattaforma google Meet e nella pagina e-learning dell'insegnamento verrà riportato un link pubblico per l'accesso all'esame di possibili spettatori virtuali.

Prova scritta.

La prova scritta consiste in esercizi volti a verificare la comprensione dei contenuti del corso, l'abilità di applicare alla risoluzione di problemi le tecniche dimostrative apprese, la chiarezza espositiva. A ogni esercizio verrà attribuito un punteggio parziale massimo, in ragione della sua difficoltà e lunghezza; nella valutazione dello studente verrà assegnato un punteggio in ragione dell'esattezza, della completezza, del rigore, della chiarezza e dell'organicità dello svolgimento. Il punteggio massimo per lo scritto è 33.

Gli esercizi proposti sono in linea con quelli svolti durante le lezioni.

L'ammissione alla prova orale avviene con una valutazione dello scritto maggiore o uguale a 16.

La durata della prova scritta è generalmente di due ore.

Prova orale

L'esame orale consiste in una discussione dello scritto e in domande di carattere teorico (definizioni e teoremi con dimostrazione). Nella prova orale verranno valutate la conoscenza e la comprensione del contenuto del corso, nonché la capacità di organizzare in modo lucido, efficace e ben strutturato un'esposizione coerente e puntuale.

Il voto finale è dato dal punteggio della prova scritta a cui vengono sommati o sottratti punti in sede di orale.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.
