UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# SYLLABUS DEL CORSO

## Sistemi Dinamici e Meccanica Classica

**2021-2-E3501Q012**

---

### Obiettivi

**L'insegnamento si propone di presentare le idee fondamentali della Meccanica Classica, dalla formulazione di Galileo e Newton a quella di Lagrange, Hamilton e Jacobi e di fornire gli strumenti matematici necessari alla loro comprensione.**

I risultati di apprendimento attesi includono:

- La conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali delle diverse formulazioni della Meccanica Classica.
- La conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave (oscillatore armonico, problema di Keplero, trottola di Lagrange);
- La capacità di applicare le conoscenze astratte acquisite alla risoluzione di esercizi. In particolare la capacità di dedurre le equazioni di Lagrange/Hamilton di un sistema vincolato, la capacità di ridurre i gradi di libertà in presenza di simmetrie e la capacità in alcuni casi semplici di discutere qualitativamente il comportamento delle soluzioni delle equazioni del moto e/o di ridurre la loro soluzione a quadrature.

## Programma esteso

1. Richiami di teoria delle equazioni di differenziali. Campi vettoriali e sistemi di equazioni di differenziali del prim'ordine. Rettificazione di un campo vettoriale. Punti di equilibrio di un sistema autonomo e loro stabilità. Linearizzazione di sistemi nonlineari vicino a un punto di equilibrio. Sistemi a un grado di libert a: curve di livello dell'energia.

2. Meccanica lagrangiana. Equazioni di Eulero-Lagrange. Punto materiale vincolato ad una curva regolare. Punto materiale vincolato ad una superficie regolare. Il principio di D'Alembert per vincolo olonomi. Punti di equilibrio e piccole oscillazioni. Formulazione variazionale delle equazioni di Eulero-Lagrange. Gruppi ad un parametro di diffeomorfismi e simmetrie. Il teorema di Noether. Il problema a due corpi. Le leggi di Keplero.

3. Matrice di transizione e velocità angolare. Sistemi di riferimento inerziali e non inerziali. Meccanica del corpo rigido. L'operatore di inerzia. Il teorema di K•onig. Le equazioni di Eulero per il corpo rigido. Gli angoli di Eulero e la trottola di Lagrange.

4. Meccanica hamiltoniana. La trasformata di Legendre. Le equazioni di Hamilton. Parentesi di Poisson di funzioni e di Lie. Simmetrie e leggi di conservazione in meccanica hamiltoniana. Il teorema di Liouville. Formulazione variazionale delle equazioni di Hamilton. Trasformazioni canoniche e metodo di integrazione di Jacobi. Separazione delle variabili nell'equazione di Hamilton-Jacobi. Il caso delle coordinate sferiche, paraboliche ed ellittiche.

## Contenuti sintetici

**Richiami di meccanica newtoniana. Equazioni differenziali e loro studio qualitativo. Il principio di D'Alembert e la meccanica di Lagrange. Il problema a due corpi. Il corpo rigido. La meccanica Hamiltoniana. Trasformazioni canoniche e metodo di Hamilton-Jacobi**

## Programma esteso

## Programma esteso

1. Richiami di teoria delle equazioni di differenziali. Campi vettoriali e sistemi di equazioni di differenziali del prim'ordine. Rettificazione di un campo vettoriale. Punti di equilibrio di un sistema autonomo e loro stabilità. Linearizzazione di sistemi nonlineari vicino a un punto di equilibrio. Sistemi a un grado di libert a: curve di livello dell'energia.

2. Meccanica lagrangiana. Equazioni di Eulero-Lagrange. Punto materiale vincolato ad una curva regolare. Punto materiale vincolato ad una superficie regolare. Il principio di D'Alembert per vincolo olonomi. Punti di equilibrio e piccole oscillazioni. Formulazione variazionale delle equazioni di Eulero-Lagrange. Gruppi ad un parametro di diffeomorfismi e simmetrie. Il teorema di Noether. Il problema a due corpi. Le leggi di Keplero.

3. Matrice di transizione e velocità angolare. Sistemi di riferimento inerziali e non inerziali. Meccanica del corpo rigido. L'operatore di inerzia. Il teorema di K•onig. Le equazioni di Eulero per il corpo rigido. Gli angoli di Eulero e la trottola di Lagrange.

4. Meccanica hamiltoniana. La trasformata di Legendre. Le equazioni di Hamilton. Parentesi di Poisson di funzioni e di Lie. Simmetrie e leggi di conservazione in meccanica hamiltoniana. Il teorema di Liouville. Formulazione variazionale delle equazioni di Hamilton. Trasformazioni canoniche e metodo di integrazione di Jacobi. Separazione delle variabili nell'equazione di Hamilton-Jacobi. Il caso delle coordinate sferiche, paraboliche ed ellittiche.

## Prerequisiti

## Analisi I, Algebra Lineare e Geometria, Fisica I.

## Modalità didattica

## - Lezione frontale, 8 CFU

- Esercitazioni, 4 CFU

*Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, le lezioni del presente insegnamento si svolgeranno da remoto, mediante lezioni videoregistrate sincrone e/o asincrone, che saranno rese disponibili agli studenti sulla piattaforma e-learning.*

## Materiale didattico

## Testi consigliati:

1. V. I. Arnold, Metodi matematici della meccanica classica, Editori Riuniti.

2. S. Benenti, Modelli matematici della Meccanica, Quaderni di matematica per le scienze applicate. Celid

3. A. Fasano e S. Marmi Meccanica Analitica Bollati-Boringhieri 2002.

4. L.D. Landau. E. M. Lifshits, Meccanica, Editori Riuniti.

5 N.M.J. Woodhouse, Introduction to analytical dynamics, Oxford Science Publications. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1987.

Altro materiale complementare verrà fornito dal docente.

Per quanto riguarda esempi ed esercitazioni, si consigliano i due seguenti testi.

Alessandra Celletti, Esercizi e Complementi di Meccanica Razionale, Aracne Editrice, (2003)

Giancarlo Benettin, Eserciziario per il corso di Fisica Matematica, Padova (2017)

(liberamente scaricabile dalla pagina web dell'autore:

https://www.math.unipd.it/~benettin/links-mecc/esercizi.pdf ).

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

**Secondo semestre.**

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

## L'esame è costituito da una prova scritta ed una prova orale.

La prova scritta consiste nello svolgimento di tre esercizi (un sistema dinamico nel piano, un esercizio di Meccanica Lagrangiana ed un esercizio di Meccanica Hamiltoniana). La durata della prova è tipicamente di due ore e mezza. Risposte corrette senza adeguate spiegazioni per motivare i risultati ottenuti non verranno valutate a pieni voti. L'ammissione all'orale richiede un voto nella prova scritta non inferiore a 15/30.

La prova orale richiede la conoscenza e la dimostrazione dei teoremi svolti a lezione e la capacità di illustrarne il contenuto mediante esempi significativi. Oltre alla conoscenza dei contenuti teorici del corso verrà valutata la capacità di presentarli in modo ben strutturato, coerente e con linguaggio appropriato.

La prova scritta e la prova orale contribuiscono in egual misura alla determinazione del voto finale. La prova orale deve essere sostenuta nella stessa sessione d'esame in cui è stata sostenuta la prova scritta o in quella successiva.

Durante lo svolgimento del corso, verranno offerte due prove scritte in itinere, attinenti alla prima metà e alla seconda metà del corso rispettivamente. Gli studenti che superano entrambe le prove con un voto non inferiore a 15/30 sono ammessi alla prova orale. In questo caso la prova orale va sostenuta entro l'appello di settembre.

Nel periodo di emergenza Covid-19 gli esami orali saranno solo telematici. Verranno svolti utilizzando la piattaforma WebEx e nella pagina e-learning dell'insegnamento verrà riportato un link pubblico per l'accesso all'esame di possibili spettatori virtuali.

## Orario di ricevimento

Su appuntamento, per mezzo della piattaforma webex.