

## SYLLABUS DEL CORSO

### Geometria II

2021-2-E3501Q011

---

#### Obiettivi

Lo scopo dell'insegnamento è introdurre la teoria e l'utilizzo delle forme differenziali e della loro integrazione nel contesto degli spazi euclidei e dei loro sottoinsiemi aperti, come premessa della generalizzazione alle varietà differenziali.

Le forme differenziali sono uno strumento pervasivo e di importanza fondamentale in Geometria, Topologia Differenziale e Analisi; sono inoltre uno strumento imprescindibile nella formulazione della Fisica moderna.

La teoria verrà sviluppata dai suoi principi primi algebrici, ossia dalla nozione di tensore in algebra lineare.

I risultati di apprendimento attesi includono:

- **Conoscenze:** la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate nella teoria delle forme differenziali; la conoscenza e la comprensione di alcune sue applicazioni, in particolare allo studio di mappe lisce proprie tra aperti in spazi euclidei e del loro grado; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria;
- **Capacità:** la capacità di applicare le conoscenze astratte acquisite alla risoluzione di semplici esercizi di calcolo e problemi teorici, richiamando in modo corretto e conseguente i risultati utilizzati; la capacità di maneggiare il calcolo algebrico, differenziale e integrale delle forme differenziali e di utilizzarlo nello studio di alcune semplici situazioni concrete, quali lo studio di mappe proprie; la capacità di applicare il bagaglio concettuale appreso alla costruzione e discussione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro, pertinente e preciso i contenuti teorici del corso.

## Contenuti sintetici

Algebra multilineare alternante; forme differenziali sullo spazio euclideo e loro operazioni; Lemma di Poincaré; applicazioni alla fisica; integrazione; cambiamento di variabili; grado di una mappa liscia propria tra aperti euclidei e sue applicazioni; Teoremi di Gauss-Green e Stokes; teoria di De Rham (brevi cenni).

## Programma esteso

Algebra esterna di uno spazio vettoriale e sue operazioni; prodotto esterno e contrazioni; spazi vettoriali orientati euclidei e loro elementi di volume; campi vettoriali e forme differenziali; differenziale esterno; forme chiuse e forme esatte; numero di avvolgimento e applicazioni; gradiente, rotore, divergenza; forme differenziali e mappe lisce: tirato-indietro; integrazione; integrazione e omotopia; formula del cambiamento di variabili; Lemma di Poincaré; Lemma di Poincaré a supporto compatto; integrazione su sottovarietà orientate; Teoremi di Gauss-Green e Stokes; grado di una mappa liscia propria tra aperti di uno spazio euclideo e tecniche di calcolo; invarianza per omotopie proprie lisce; applicazioni: il Teorema Fondamentale dell'Algebra e il Teorema del Punto Fisso di Brouwer.

## Prerequisiti

Il contenuto dei corsi di Geometria I, di Analisi I e (in parte) II, di Algebra Lineare e Geometria.

## Modalità didattica

Normalmente, il presente insegnamento si svolge mediante lezioni frontali alla lavagna (6 CFU) ed esercitazioni frontali alla lavagna (2 CFU). \_\_\_\_\_

## Materiale didattico

Testi di riferimento: \_\_\_\_\_

Letture consigliate:

un testo particolarmente attinente al contenuto del corso è il seguente:

- \_\_\_\_\_

Altre letture consigliate sono:

- M. Do Carmo, Differential forms and applications, Springer Verlag 1996;
- V. Guillemin, A. Pollack, Differential Topology 1974;
- W. Fulton, Differential Topology, a first course, Springer Verlag 1995.

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Il semestre

## **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

---

Nelle prove pratiche verrà valutata la capacità dello studente di maneggiare con padronanza e precisione il formalismo introdotto e di utilizzarlo per eseguire semplici calcoli, nonché di mettere all'opera le conoscenze teoriche trasmesse, richiamandole in modo preciso e pertinente.

Nelle prove teoriche verranno valutate la conoscenza e la comprensione dell'impianto concettuale del corso, nonché la capacità di organizzare in modo lucido, efficace e ben strutturato un'esposizione coerente e puntuale.

Per superare l'esame, lo studente deve prima sostenere una prova pratica, ottenendo una votazione di almeno 18/30, quindi ottenere la sufficienza di 18/30 anche nella prova teorica del medesimo appello ovvero, a sua scelta, dell'appello immediatamente successivo. La prova pratica e quella teorica concorrono in egual misura al voto finale.

A ogni esercizio/quesito (o problema) teorico di ciascuna prova verrà attribuito un punteggio parziale massimo, in ragione della sua difficoltà e lunghezza; nella valutazione dello studente verrà assegnato un punteggio in corrispondenza di ogni esercizio/quesito (o problema) teorico non superiore a quello massimo previsto, in ragione dell'esattezza, della completezza, del rigore, della chiarezza e dell'organicità dello svolgimento.

Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, la prova orale dell'esame si svolgerà da remoto mediante la piattaforma WebEx, con accesso reso disponibile sulla pagina elearning dell'insegnamento; le modalità di svolgimento delle prove scritte verranno precisate in seguito.

## **Orario di ricevimento**

Su appuntamento. Per tutta la durata dell'emergenza sanitaria, il ricevimento avrà luogo da remoto.

---