UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Introduction To Numerical Analysis

2021-2-E3501Q064

Obiettivi

L'obiettivo di questo insegnamento è di presentare sia dal punto di vista teorico che algoritmico gli argomenti di base del Calcolo Numerico che devono far parte del bagaglio culturale di qualunque laureato in matematica.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

Conoscenze

- Conoscenza e comprensione dei metodi fondamentali del Calcolo Numerico che comprendono sia enunciati sia teoremi e relative dimostrazioni.
- Conoscenza e comprensione delle problematiche che intervengono nell'ambito numerico.

Capacità

- Capacità di tradurre la teoria studiata in esempi concreti tramite la costruzione di algoritmi e relativa implementazione.
- Capacità di scegliere il metodo numerico più adeguato in relazione al problema.
- Capacità di analizzare in modo critico i risultati degli esempi ed esercizi proposti.
- Capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso sia le loro applicazioni a situazioni specifiche.

Contenuti sintetici

Gli argomenti trattati sono:

- Aritmetica Floating Point dei calcolatori
- Metodi Numerici per l'Algebra Lineare: sistemi lineari, calcolo degli autovalori
- Approssimazione di zeri di funzioni reali
- Interpolazione polinomiale
- Metodo dei minimi quadrati e decomposizione QR
- Formule di quadratura per l'approssimazione degli integrali definiti

Programma esteso

- **Aritmetica floating point:** Rappresentazione dei numeri reali, Numeri rappresentabili in un calcolatore, Approssimazione dei numeri reali su un calcolatore, Operazioni tra numeri floating point, Il rounding to even, Calcolo delle funzioni elementari;

- **L'algoritmo di eliminazione di Gauss e la decomposizione PA=LU:** Sistemi lineari, Algoritmo di eliminazione di Gauss, La decomposizione PA=LU;

- **Richiami di algebra lineare:** Prodotti scalari e norme, Norme su R^n, Norme di matrici;

- **Stabilità dell'algoritmo di Gauss:** Analisi delle perturbazioni di un sistema lineare, Applicazione all'algoritmo di Gauss;

- **Decomposizione di Cholesky:** Matrici simmetriche e definite positive, Decomposizione di Cholesky, Applicazione alla soluzione di un sistema lineare;

- **Metodi iterativi per i sistemi lineari:** Motivazioni, Metodi iterativi per sistemi di equazioni lineari, Criteri di arresto;

- **Autovalori:** Cerchi di Gershgorin, Dipendenza degli autovalori dalle perturbazioni di A, Metodo delle potenze;

- **Zeri di Funzione:** Il metodo di bisezione, Il metodo di Newton e sue varianti, Valutazione sperimentale dell'ordine di convergenza, Il metodo di Brent, algoritmo di MATLAB;

- **Interpolazione polinomiale:** Il teorema di Weierstrass, Interpolazione, Analisi degli algoritmi di interpolazione, Condizionamento dell'interpolazione, Interpolazione di funzioni;

- **Funzioni spline**

- **Minimi quadrati e fattorizzazione QR:** Sistemi sovradeterminati, Interpretazione geometrica, Decomposizione QR, Regressione lineare, Uso della decomposizione A=QR per risolvere un sistema lineare;

- **Formule di quadratura:** Formule di quadratura di tipo interpolatorio, Formula del trapezio, Formula di Simpson, Formule di quadratura di Newton-Cotes, Metodi di quadratura adattivi.

Prerequisiti

Gli insegnamenti di *Analisi 1* e di *Algebra Lineare e Geometria*.

Modalità didattica

Lezioni (8 CFU, 64 ore), esercitazioni (4 CFU, 48 ore).

Corso erogato in lingua italiana.

Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, le lezioni del presente insegnamento si svolgeranno da remoto. Le lezioni saranno videoregistrate e se possibile anche effettuate in diretta streaming; verranno rese disponibili agli studenti sulla piattaforma elearning.

A causa della difficoltà di sanificare i laboratori informatici, le esercitazioni/laboratori del presente insegnamento si svolgeranno in diretta streaming in modo da consentire l'interazione con gli studenti. Le esercitazioni/laboratori saranno anche videoregistrati e resi disponibili sulla piattaforma elearning.

Materiale didattico

Note a cura del docente e videoregistrazione delle lezioni disponibili sul sito del corso.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova pratica al calcolatore seguita da prova teorica/orale. Valutazione finale con voto in trentesimi 18-30/30.

Nella prova pratica al calcolatore si valuta la conoscenza degli algoritmi sviluppati durante il corso e la capacità di scrivere un programma in MATLAB per la risoluzione di semplici problemi numerici.

Nella prova teorica/orale dapprima viene discussa la prova pratica al calcolatore e poi si valuta la conoscenza e la comprensione delle definizioni, dei teoremi e delle tecniche di calcolo introdotte nel corso e la capacità di esporre quanto richiesto in modo chiaro, con rigore e con linguaggio matematico appropriato anche fornendo esempi e controesempi.

La prova pratica viene valutata con voto in trentesimi 18-30/30 e per accedere alla prova teorica/orale è necessario ottenere la sufficienza. La valutazione finale complessiva tiene conto di entrambe le prove.

La prova pratica e la prova teorica/orale devono essere tenute nella stessa sessione di esami (gennaio-febbraio, giugno-luglio, settembre).

A causa dell'emergenza COVID-19, tutte le prove d'esame si svolgeranno in remoto.

Orario di ricevimento

Su appuntamento (in remoto tramite la piattaforma Webex).