

SYLLABUS DEL CORSO

Geometria Differenziale

2021-1-F4001Q071

Obiettivi

Lo scopo dell'insegnamento è introdurre lo studente alla teoria delle varietà riemanniane, ossia le varietà differenziali dotate di una metrica riemanniana, che consiste nell'assegnazione di un prodotto scalare euclideo a ogni spazio tangente, che vari in modo liscio con il punto base. Il corso si propone di far familiarizzare lo studente con gli strumenti di base della geometria differenziale, a partire dalla nozione essenziale di connessione - la generalizzazione a varietà astratte della derivata di un campo vettoriale - insieme ai concetti annessi di geodetiche e curvatura. Si introdurrà inoltre il linguaggio dei gruppi di Lie, che permette di descrivere le simmetrie di una metrica riemanniana a livello infinitesimo (gruppo di ologonia) e a livello globale (gruppo di isometrie).

I risultati di apprendimento attesi includono:

- la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in geometria differenziale; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria;
- la capacità di applicare le conoscenze astratte acquisite alla risoluzione di semplici esercizi di calcolo e problemi teorici, richiamando in modo corretto e conseguente i risultati utilizzati; la capacità di applicare il bagaglio concettuale appreso alla costruzione e discussione di esempi concreti e alla risoluzione di semplici esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro, pertinente e preciso i contenuti teorici del corso.

Contenuti sintetici

Metriche e distanza riemanniana, connessioni e curvatura, geodetiche e mappa esponenziale, gruppi e algebre di

Lie, metriche invarianti, gruppo di isometrie e gruppo di ologonomia.

Programma esteso

[Fibrati vettoriali. Connessioni, torsione, geodetiche, mappa esponenziale. Metriche riemanniane, connessione di Levi-Civita. Curvatura di una connessione: identità di Bianchi; curvatura sezionale, di Ricci e scalare. Curvatura di una sottovarietà: Teorema Egregium. Algebre di Lie: rappresentazione aggiunta. Gruppi di Lie: corrispondenza tra gruppi e algebre di Lie. Metriche invarianti su gruppi di Lie. Gruppo di ologonomia: teorema di Ambrose-Singer, teorema di De Rham. Campi di Killing e gruppo di isometrie.](#)

Prerequisiti

Calcolo differenziale in più variabili, nozioni di base sulle varietà differenziabili, algebra lineare e multilineare.

Modalità didattica

Lezioni frontali (8 CFU)

Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, le lezioni del presente insegnamento si svolgeranno completamente da remoto, mediante lezioni videoregistrate sincrone e/o asincrone, che saranno disponibili agli studenti sulla piattaforma e-learning. Ai fini di facilitare il coinvolgimento degli studenti, le lezioni da remoto verranno integrate calendarizzando alcuni eventi che potranno svolgersi da remoto in videoconferenza sincrona, oppure in presenza, con gli studenti suddivisi in gruppi, ove opportuno.

Materiale didattico

J. Lee. Introduction to Riemannian manifolds. Springer.

P. Petersen, Riemannian geometry. Springer.

Note del corso sulla pagina elearning.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale.

La prova orale consisterà nello svolgimento di un breve esercizio e in alcune domande teoriche. L'esercizio consisterà in un calcolo esplicito di uno degli oggetti introdotti durante il corso (per esempio, la curvatura di una metrica assegnata). Le domande teoriche verteranno su definizioni, enunciati di teoremi, dimostrazioni, costruzione di esempi e controesempi e semplici problemi teorici.

Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, la prova d'esame si svolgerà da remoto mediante la piattaforma WebEx o analogo, con accesso reso disponibile dalla pagina e-learning dell'insegnamento.

Orario di ricevimento

A causa dell'emergenza sanitaria, il ricevimento si svolgerà in modalità telematica mediante piattaforma WebEx o analoga.
