

## COURSE SYLLABUS

### Real Analysis and Differential Equations

2021-1-F4001Q076

---

#### Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si prefigge di introdurre la teoria delle equazioni alle derivate parziali lineari con cenni ad alcune equazioni non lineari. Verranno acquisite le competenze necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria e le abilità utili per la soluzione di esercizi e l'analisi di problemi.

#### Contenuti sintetici

Teoria spettrale per operatori autoaggiunti e compatti. Equazioni ellittiche: regolarità, principi del massimo, autovalori e autofunzioni del Laplaciano. Intergrale di Bochner. Equazioni alle derivate parziali di tipo parabolico e iperbolico. Sistemi iperbolici del primo ordine.

#### Programma esteso

**Teoria spettrale:** Definizioni di operatori aggiunti, autoaggiunti, compatti, spettro. Proprietà. Spettro di un operatore compatto. Teorema di decomposizione spettrale per operatori compatti autoaggiunti. Teorema dell'alternativa di Fredholm.

**Equazioni ellittiche del secondo ordine:** operatori ellittici, soluzioni classiche e deboli, regolarità delle soluzioni deboli, principi del massimo, autovalori e autofunzioni del Laplaciano.

**Integrale di Bochner:** Definizione, principali caratteristiche e spazi di Sobolev definiti tramite l'integrale di Bochner.

**Equazioni di tipo parabolico:** Soluzione fondamentale dell'equazione del calore e suo utilizzo. Principio di Duhamel. Soluzioni deboli per equazioni paraboliche del secondo ordine. Stime dell'energia, esistenza e unicità di soluzioni deboli. Regolarità. Principio del massimo. Equazioni paraboliche semilineari e metodo del punto fisso di Banach.

**Equazioni di tipo iperbolico:** Metodo delle caratteristiche applicato all'equazione del trasporto e ai sistemi lineari

iperbolici di equazioni differenziali a coefficienti costanti.

## Prerequisiti

Risultati principali dell'analisi funzionale, operatori lineari limitati tra spazi di Banach, topologie deboli, spazi di funzioni continue e holderiane, spazi  $L^p$ , loro duali e rispettive proprietà, spazi di Sobolev e teoremi di immersione.

## Modalità didattica

Lezioni frontali in Aula in cui si illustrano definizioni, risultati ed esempi rilevanti (talvolta anche legati ad applicazioni extra-matematiche).

Corso erogato in lingua italiana con possibilità di erogazione in lingua inglese in caso di richiesta/presenza di studenti stranieri.

*Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, le lezioni del presente insegnamento si svolgeranno completamente da remoto, mediante lezioni videoregistrate asincrone, che saranno disponibili agli studenti sulla piattaforma e-learning. Se richiesti dagli studenti o ritenuti utili dal docente, potranno aver luogo eventi in videoconferenza sincrona, eventualmente ristretti a piccoli gruppi di frequentanti.*

## Materiale didattico

- A. Bressan. Hyperbolic systems of conservation laws: the one-dimensional Cauchy problem. Vol. 20. Oxford University Press on Demand, 2000.
- A. Bressan. Lecture Notes on Functional Analysis. With applications to linear partial differential equations. American Mathematical Society, 2013.
- H. Brezis. Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer Science and Business Media, 2010.
- L. C. Evans, Partial Differential Equations, AMS Graduate Studies in Mathematics, Vol.19. Second Edition, Providence 2010.
- D. Gilbarg, N. S. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order, Reprint of the 1998 edition. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2001.

Pagina del corso: <https://elearning.unimib.it/course/view.php?id=25417>

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

Saggio breve in forma scritta. Voto in trentesimi. All'esame viene richiesto di svolgere due temi su tre proposti con due ore di tempo a disposizione. L'esposizione dovrà essere precisa, dettagliata, esauriente e coerente con il tema

richiesto e dovrà contenere alcune tra le dimostrazioni più significative. Verrà valutata la capacità di presentare una selezione di dimostrazioni e, soprattutto, la conoscenza critica e operativa delle definizioni e dei risultati presentati durante il corso, anche mediante l'illustrazione di esempi e controesempi.

Nel periodo di emergenza Covid-19, il saggio breve in forma scritta verrà svolto da remoto e sarà seguito da un breve orale in forma telematica utilizzando la piattaforma WebEx; nella pagina e-learning dell'insegnamento verrà riportato un link pubblico per l'accesso all'esame orale di possibili spettatori virtuali.

## **Orario di ricevimento**

Su appuntamento.

---