

SYLLABUS DEL CORSO

Geometria Simplettica

2021-1-F4001Q099

Obiettivi

Lo scopo del corso è discutere ed approfondire i concetti di base della Geometria Simplettica, a partire dagli aspetti locali per poi rivolgere l'attenzione alle proprietà globali di una varietà simplettica.

Verranno approfonditi i concetti di azione hamiltoniana, di mappa momento e di riduzione simplettica; quest'ultima costruzione permette di costruire una nuova struttura simplettica 'quoziente' a partire da una varietà simplettica dotata di simmetrie.

Ci si propone inoltre, tempo permettendo, di chiarire la natura geometrica di diversi concetti di grande importanza che vengono introdotti in vari contesti, quali funzioni generatrici, trasformazioni canoniche, equazione e teoria di Hamilton-Jacobi, eccetera.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

- **Conoscenze:** la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in geometria simplettica; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.
- **Capacità:** la capacità di riconoscere il ruolo dei concetti e delle tecniche simplettiche in diversi ambiti della matematica pura (equazioni differenziali, geometria riemanniana, geometria complessa, teoria delle rappresentazioni) e nella modellizzazione di fenomeni fisici (fisica matematica); la capacità di applicare tale bagaglio concettuale alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso, sia le loro applicazioni a situazioni specifiche, anche inerenti ad altri ambiti.

Contenuti sintetici

Spazi vettoriali simplettici, varietà simplettiche, flussi Hamiltoniani e simplettomorfismi, forme canoniche delle strutture simplettiche, mappe momento e riduzioni simplettiche.

Programma esteso

- Algebra lineare simplettica.
- Struttura simplettica di un fibrato cotangente, equazioni di Hamilton, parentesi di Poisson.
- Varietà simplettiche, loro sottovarietà notevoli e rispettivi intorni.
- Isotopie e teoremi di Darboux e di Moser.
- Funzioni generatrici, equazione di Hamilton-Jacobi, sua soluzione geometrica.
- Mappe momento e loro proprietà; riduzione simplettica.
- Strutture complesse e quasi-complesse compatibili, varietà di Kähler e varietà quasi-Kähler.
- Orbite coaggiunte e loro struttura simplettica intrinseca.

Prerequisiti

Sono presupposti: una buona familiarità con l'algebra lineare offerta nel biennio della laurea triennale di matematica, in quanto lo studio dell'algebra lineare simplettica ha un'importanza fondamentale per la parte restante del corso; _____

Modalità didattica

Normalmente questo insegnamento viene impartito mediante lezioni frontali alla lavagna. Tuttavia, fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, le lezioni si svolgeranno invece completamente da remoto, mediante lezioni videoregistrate generalmente asincrone; ogni lezione videoregistrata asincrona verrà resa disponibile agli studenti sulla piattaforma *elearning* nella giornata che da calendario corrisponde alla lezione stessa. Al fine di facilitare il coinvolgimento degli studenti, le lezioni da remoto verranno integrate calendarizzando alcuni eventi, che potranno svolgersi o da remoto in videoconferenza sincrona, ovvero in presenza, ove opportuno con gli studenti suddivisi in gruppi.

Materiale didattico

Le note delle lezioni scritte dal docente e quelle redatte dal Dott. Massimo Frigerio nell'a.a. 2018/19.

Ulteriori testi raccomandati:

V. Guillemin, S. Sternberg, Symplectic Techniques in Physics, Cambridge University Press

D. McDuff, D. Salamon, Introduction to Symplectic Topology, Clarendon Press, Oxford

Lecture consigliate:

V. Guillemin, S. Sternberg, Semiclassical Analysis, International Press

J. J. Duistermaat, Fourier Integral Operators, Birkhäuser

Periodo di erogazione dell'insegnamento

I semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, il colloquio orale dell'esame si svolgerà da remoto mediante la piattaforma WebEx, con accesso reso disponibile sulla pagina elearning dell'insegnamento; le modalità di svolgimento della prova scritta verranno precisate in seguito.

Orario di ricevimento

Su appuntamento. Per tutta la durata dell'emergenza sanitaria, il ricevimento avrà luogo da remoto.
