

## SYLLABUS DEL CORSO

### Teoria Geometrica dei Gruppi

2021-1-F4001Q082

---

#### Obiettivi

L'obiettivo del corso è lo studio di grafi particolari chiamati alberi e dei gruppi che vi agiscono. Questa teoria è stata sviluppata da Hyman Bass e Jean-Pierre Serre negli anni '70 ed è oggi uno dei mattoni di base nello studio della teoria geometrica di gruppi, che si propone di recuperare proprietà di gruppi mediante la loro azione su certi spazi topologici. Tempo permettendo, vedremo qualche applicazione come le terminazioni (*ends*) di gruppi, la caratterizzazione dei sottogruppi di gruppi liberi tramite grafi di Stallings, il bordo di un albero, ecc.

- *conoscenze*: linguaggio, definizioni ed enunciati dei risultati fondamentali della teoria di Bass-Serre;
- *competenze*: comprensione operativa delle principali tecniche dimostrative;
- *abilità*: capacità di applicare le nozioni teoriche per la risoluzione di esercizi (*problem solving*)

#### Contenuti sintetici

Grafi e alberi, grafi di Cayley; gruppi liberi, prodotti liberi e generalizzazioni; azioni di gruppi su alberi.

#### Programma esteso

- grafi, cammini, connettività, alberi;
- azioni di gruppi su grafi, grafi di Cayley, grafi quoziente;
- gruppi liberi, lemma del diamante e del ping-pong
- prodotti liberi e amalgamati, estensioni HNN;

- grafi di gruppi, gruppo fondamentale di un grafo di gruppi,
- teorema di caratterizzazione per gruppi che agiscono su alberi (teorema fondamentale della teoria di Bass-Serre)
- teorema di Kurosh per sottogruppi di prodotti liberi

## Prerequisiti

Algebra I, Geometria I.

## Modalità didattica

Fino all'esaurimento dell'attuale emergenza sanitaria, le lezioni del presente insegnamento si svolgeranno completamente da remoto, mediante lezioni videoregistrate sincrone e/o asincrone, che saranno disponibili agli studenti sulla piattaforma e-learning. Ai fini di facilitare il coinvolgimento degli studenti, le lezioni da remoto verranno integrate calendarizzando alcuni eventi che potranno svolgersi da remoto in videoconferenza sincrona.

Fino all'esaurimento della corrente emergenza sanitaria, la prova orale dell'esame si svolgerà da remoto mediante la piattaforma WebEx, con accesso reso disponibile sulla pagina e-learning dell'insegnamento.

## Materiale didattico

- O. Bogopolski, Introduction to Group Theory, EMS Textbooks in Mathematics, 2008.
- J. Meier, Groups, Graphs and Trees, London Mathematical Society, Student Texts, 73, CUP, 2008.
- J-P. Serre, Trees, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- W. Dicks, M. Dunwoody. Groups acting on graphs. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 17. Cambridge University Press, Cambridge, 1989
- G. Baumslag, Topics in combinatorial group theory. Lectures in Mathematics ETH Zürich. Birkhäuser Verlag, Basel, 1993

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

Una presentazione di 20 minuti su un'applicazione o un tema relazionato della teoria di Bass-Serre concordato con il docente, e un esame orale sui contenuti del corso da cui si valuta le conoscenze acquisite dallo studente. La presentazione contribuisce 20% al voto finale, 80% contribuisce l'esame orale.

## Orario di ricevimento

Su appuntamento.

