



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## COURSE SYLLABUS

### Probability and Computational Statistics M

2021-1-F8204B004

---

#### Obiettivi formativi

L'insegnamento è articolato in due moduli:

- 1) Probabilità applicata
- 2) Statistica computazionale

Il primo modulo si propone di introdurre e illustrare i concetti e gli strumenti del Calcolo delle probabilità e della Matematica applicata necessari per affrontare problemi di inferenza statistica ed economia.

Il secondo modulo si propone di fornire le conoscenze per lo sviluppo di tecniche computazionali per l'inferenza in modelli statistici. Verranno forniti quindi gli elementi essenziali della programmazione con R per l'implementazione di tali tecniche.

#### Contenuti sintetici

Modulo 1.

Eventi e misure di probabilità.

Vettori casuali discreti e continui.

Convergenza di variabili casuali e teoremi limite.

Convessità e ottimizzazione con vincoli di uguaglianza e di disuguaglianza.

Modulo 2.

Definizione di numeri casuali e pseudo-casuali.

Algoritmi per la generazione di numeri pseudo casuali, test di casualità.

Introduzione al metodo Monte Carlo e il principio plug-in.

Introduzione ai metodi di ricampionamento: jackknife e bootstrap. Esempi e casi particolari.

Aspetti numerici e grafici per l'analisi di verosimiglianza.

## **Programma esteso**

Modulo 1.

Eventi e misure di probabilità.

Vettori casuali discreti e continui.

Particolari distribuzioni multidimensionali.

Momenti e funzioni generatrici.

Convergenze di variabili casuali.

Legge dei grandi numeri e teorema centrale del limite.

Funzioni di vettori casuali. Funzioni convesse.

Ottimizzazione con vincoli di uguaglianza e di disuguaglianza. Condizioni di Kuhn-Tucker.

Modulo 2.

Algoritmi per la generazione di numeri pseudocasuali: tecniche di inversione della funzione di ripartizione, algoritmo accettazione-rifiuto, metodi basati su trasformazioni di variabili casuali, metodi composti, rapporto di uniformi.

Test di casualità.

Introduzione al metodo Monte Carlo.

Metodi di riduzione della varianza dello stimatore Monte Carlo: il metodo delle variabili di controllo e il metodo delle variabili antitetiche.

Metodi di ricampionamento: il bootstrap e il jackknife.

Intervalli di confidenza bootstrap.

Cenni alla verifica d'ipotesi in ambito bootstrap.

Aspetti numerici e grafici per l'analisi di verosimiglianza.

## **Prerequisiti**

Per il primo modulo è consigliata la conoscenza degli argomenti trattati nei corsi di Calcolo delle probabilità e Analisi matematica a livello di Laurea triennale, mentre non sono previste delle propedeuticità formali per il secondo, pur essendo auspicabile una conoscenza di base dell'inferenza statistica, del calcolo delle probabilità e del linguaggio R.

## **Metodi didattici**

Entrambi i moduli prevedono delle lezioni frontali e, inoltre, il secondo modulo prevede anche delle sessioni di laboratorio in cui i concetti teorici sono applicati e verificati attraverso esempi concreti di simulazione e utilizzo di algoritmi.

In caso di emergenza COVID-19, tutte le attività didattiche si svolgeranno da remoto in modalità prevalentemente asincrona.

## **Modalità di verifica dell'apprendimento**

Modulo 1.

L'esame è articolato in una prova scritta e in una prova orale.

La prova scritta intende valutare le capacità di "problem-solving", mentre la prova orale è rivolta all'accertamento delle conoscenze teoriche.

Il voto complessivo è dato dalla media aritmetica dei punteggi ottenuti nelle due prove.

Esempi di quesiti tipici dell'esame sono disponibili sulla piattaforma e-learning.

Modulo 2.

L'esame finale consiste in una prova orale e una prova svolta in laboratorio informatico. Nella prova orale sono previste domande aperte, allo scopo di verificare la comprensione e rielaborazione dei contenuti del corso; la prova di laboratorio consta di esercizi computazionali volti alla verifica della padronanza computazionale delle tecniche apprese durante il corso.

Agli studenti frequentanti viene data l'opportunità di fare una prova parziale a metà corso, seguita da una seconda prova parziale alla fine del corso.

Il voto finale è dato dalla media aritmetica dei voti ottenuti nei due moduli.

In caso di emergenza COVID-19, tutte le attività di verifica dell'apprendimento si svolgeranno da remoto secondo le modalità indicate sulla piattaforma e-learning.

## **Testi di riferimento**

Modulo 1.

A. Gut, "An Intermediate Course in Probability", Springer, 2009.

K. Lange, "Optimization", Springer, 2013.

E.L. Lehmann, "Elements of Large-Sample Theory", Springer, 1999.

Dispense disponibili sulla piattaforma e-learning.

Modulo 2.

Appunti delle lezioni a cura del docente del corso.

Letture consigliate per integrare le lezioni:

Robert, C.P. e Casella, G. (2009), *Introducing Monte Carlo Methods with R*, New York: Springer-Verlag.

Davison and Hinkley (1997). *Bootstrap Methods and their Applications*, Chapman and Hall.

### **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

L'insegnamento è erogato nel primo semestre.

### **Lingua di insegnamento**

Italiano.

---