UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Basic Calculus

2021-1-E3301M128

Obiettivi formativi

Il corso intende dare allo studente gli strumenti matematici di base per la comprensione di semplici modelli matematici in economia. Nello specifico l'obiettivo del corso è quello di insegnare allo studente l'analisi di funzioni di variabili reali , con cenni al calcolo in due variabili.

Contenuti sintetici

Funzioni reali di variabili reali.

Programma esteso

UNITA' 1 - Funzioni reali di una variabile reale:

Insiemi N,Z,Q, R. Insieme superiormente/inferiormente limitato; intervalli; estremo superiore/inferiore/massimo/minimo di un insieme. Definizione di funzione; calcolo del campo di esistenza; definizione di immagine, insieme immagine, controimmagine, insieme controimmagine, grafico; uso dell'espressione analitica di una funzione. Uso del grafico di una funzione; funzione iniettiva, suriettiva, biettiva; funzioni inferiormente/superiormente limitate; estremo inferiore/superiore di una funzione; minimo/massimo, punto di minimo/massimo di una funzione; funzione pari/dispari; monotonia di una funzione. Operazioni con funzioni, composizione, inversione. Trasformazioni semplici di grafici. Traslazioni orizzontali/verticali, riflessioni orizzontali/verticali; riflessioni parziali orizzontali/verticali; riscalamenti. Trasformazioni composte di grafici.

UNITA' 2 - Limiti

Retta reale estesa e intorni; definizione di punto interno, esterno, di frontiera, isolato, di accumulazione; definizione di limite, limite destro/sinistro, limite per eccesso/per difetto; lettura di limiti dal grafico. Teorema di unicità del limite (con dim.), teorema di permanenza del segno (con dim.), teorema del confronto (con dim.). Calcolo di limiti. Continuità. Algebra in R esteso, forme determinate, limiti di funzioni esponenziali, logaritmiche, arcotangente. Forme indeterminate, tecniche per risolvere alcune forme indeterminate (funzioni razionali/irrazionali). Equivalenza asintotica e proprietà. Ordini di infinito, gerarchie di infiniti. Funzione trascurabile (o-piccolo). Limiti notevoli e relative equivalenze asintotiche. Forme indeterminate di tipo esponenziale e tecniche di soluzione. Ordini di infinitesimo, gerarchia degli infinitesimi, o-piccoli. Continuità (da destra/sinistra) e discontinuità. Classificazione delle discontinuità. Riconoscimento delle discontinuità dal grafico e dall'espressione analitica. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Teorema di Weierstrass con controesempi, teorema dei valor intermedi con controesempi, teorema degli zeri con controesempi.

UNITA' 3 - Derivate

Rapporto incrementale e derivata di una funzione in un punto; funzione derivata; derivate di funzioni elementari; calcolo di derivate. Equazione della retta tangente; legame continuità-derivabilità, punto di flesso a tangente verticale, di cuspide, angoloso. Regola di de L'Hopital; Teorema di Rolle (con dim.) e controesempi; Teorema di Lagrange (con dim.) e controesempi; Derivata della funzione inversa. Test di monotonia (con dim.) e controesempi; definzione di estremi relativi; punto stazionario; Teorema di Fermat (con dim.); definizione di punto critico; Test della derivata prima per estremi interni. Criterio delle derivate successive; Test della derivata prima per estremi alla frontiera; definizione di funzione concava/convessa; Test del primo ordine per la concavità; Test del secondo ordine per la concavità; definizione di punto di flesso. Polinomi di Taylor e McLaurin; Resto di Peano; uso del polinomio di Taylor per il calcolo di limiti.

UNITA' 4- Studio completo di funzione e funzioni a due variabili

Schema generale per lo studio di funzione. Domini analitici e grafici per funzioni reali di due variabili reali; curve di livello; derivate parziali, gradiente, punti stazionari

Prerequisiti

Teoria degli insiemi. Potenze, logaritmi, esponenziali e loro proprietà. Disequazioni di primo e secondo grado, disequazioni razionali, disequazioni logaritmiche ed esponenziali. Equazioni cartesiana della retta, della circonferenza, della parabola, equazione della retta passante per due punti. Cenni di trigonometria.

Metodi didattici

Lezioni da remoto in modalità registrata e sincrona.

Esercitazioni da remoto in modalità sincrona e/o asincrona.

Incontri di tutoraggio da remoto in modalità sincrona e/o asincrona.

Modalità di verifica dell'apprendimento

Esame scritto con 5 esercizi e 3 domande di teoria. Lo schema degli esercizi è il seguente:

Esercizio 1: Trasformazioni di grafici di funzioni elementari;

Esercizio 2: Limiti;

Esercizio 3: Vario;

Esercizio 4: Funzioni a due variabili;

Esercizio 5: Studio completo di funzione.

Una volta superato l'esame scritto, il professore o lo studente possono richiedere un esame orale integrativo. L'orale verte su tutto il programma del corso e può contribuire sia in maniera positiva che in maniera negativa al voto finale.

Il corso non prevede il frazionamento dell'esame in prove intermedie. Durante il corso tuttavia

verranno proposte delle verifiche di apprendimento, nella forma di questionari a risposta chiusa.

Ci sarà un questionario alla fine di ogni unità.

La partecipazione a tali questionari è facoltativa in vista dell'esame, ma il superamento positivo

di ciascuno di essi garantirà un punteggio bonus che verrà sommato al voto dell'esame.

Testi di riferimento

- Slides del corso
- Torriero, A., Scovenna M., Scaglianti, L.: Manuale di matematica. Metodi e applicazioni. CEDAM
- Scovenna, M., Grassi, R.: Matematica – Esercizi e temi d’esame. CEDAM.

Ulteriori testi a cui fare riferimento:

- Guerraggio, A. (2009): Matematica. Prentice Hall, seconda edizione.
- Monti, G., Pini, R.: Lezioni di matematica generale: funzioni reali di variabile reale, L.E.D.

Periodo di erogazione dell’insegnamento

Primo semestre.

Lingua di insegnamento

Italiano.