

COURSE SYLLABUS

Introduction To Numerical Analysis

2122-2-E3501Q064

Obiettivi

L'obiettivo di questo insegnamento è di presentare sia dal punto di vista teorico sia algoritmico gli argomenti di base del Calcolo Numerico che devono far parte del bagaglio culturale di qualunque laureato in matematica.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

Conoscenze

- Conoscenza e comprensione dei metodi fondamentali del Calcolo Numerico che comprendono sia enunciati sia teoremi e relative dimostrazioni.
- Conoscenza e comprensione delle problematiche che intervengono nell'ambito numerico.

Capacità

- Capacità di tradurre la teoria studiata in esempi concreti tramite la costruzione di algoritmi e relativa implementazione.
- Capacità di scegliere il metodo numerico più adeguato in relazione al problema.
- Capacità di analizzare in modo critico i risultati degli esempi ed esercizi proposti.
- Capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso sia le loro applicazioni a situazioni specifiche.

Contenuti sintetici

Gli argomenti trattati sono:

- Aritmetica Floating Point dei calcolatori
- Metodi Numerici per l'Algebra Lineare: sistemi lineari, calcolo degli autovalori
- Approssimazione di zeri di funzioni reali
- Interpolazione polinomiale
- Metodo dei minimi quadrati e decomposizione QR
- Formule di quadratura per l'approssimazione degli integrali definiti

Programma esteso

- **Aritmetica floating point:** Rappresentazione dei numeri reali, Numeri rappresentabili in un calcolatore, Approssimazione dei numeri reali su un calcolatore, Operazioni tra numeri floating point, Il rounding to even, Calcolo delle funzioni elementari;
- **L'algoritmo di eliminazione di Gauss e la decomposizione PA=LU:** Sistemi lineari, Algoritmo di eliminazione di Gauss, La decomposizione PA=LU;
- **Richiami di algebra lineare:** Prodotti scalari e norme, Norme su \mathbb{R}^n , Norme di matrici;
- **Stabilità dell'algoritmo di Gauss:** Analisi delle perturbazioni di un sistema lineare, Applicazione all'algoritmo di Gauss;
- **Decomposizione di Cholesky:** Matrici simmetriche e definite positive, Decomposizione di Cholesky, Applicazione alla soluzione di un sistema lineare;
- **Metodi iterativi per i sistemi lineari:** Motivazioni, Metodi iterativi per sistemi di equazioni lineari, Criteri di arresto;
- **Autovalori:** Cerchi di Gershgorin, Dipendenza degli autovalori dalle perturbazioni di A, Metodo delle potenze;
- **Zeri di Funzione:** Il metodo di bisezione, Il metodo di Newton e sue varianti, Valutazione sperimentale dell'ordine di convergenza, Il metodo di Brent, algoritmo di MATLAB;
- **Interpolazione polinomiale:** Il teorema di Weierstrass, Interpolazione, Analisi degli algoritmi di interpolazione, Condizionamento dell'interpolazione, Interpolazione di funzioni;
- **Funzioni spline**
- **Minimi quadrati e fattorizzazione QR:** Sistemi sovradeterminati, Interpretazione geometrica, Decomposizione QR, Regressione lineare, Uso della decomposizione A=QR per risolvere un sistema lineare;
- **Formule di quadratura:** Formule di quadratura di tipo interpolatorio, Formula del trapezio, Formula di Simpson, Formule di quadratura di Newton-Cotes, Metodi di quadratura adattivi.

Prerequisiti

Gli insegnamenti di *Analisi 1* e di *Algebra Lineare e Geometria*.

Modalità didattica

Lezioni (8 CFU, 64 ore), esercitazioni (4 CFU, 48 ore).

Corso erogato in lingua italiana.

Materiale didattico

Note a cura del docente e videoregistrazione delle lezioni disponibili sul sito del corso.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova pratica al calcolatore seguita da prova teorica/orale. Valutazione finale con voto in trentesimi 18-30/30.

Nella prova pratica al calcolatore si valuta la conoscenza degli algoritmi sviluppati durante il corso e la capacità di scrivere programmi in MATLAB per la risoluzione di semplici problemi numerici.

Nella prova teorica/orale dapprima viene discussa la prova pratica al calcolatore e poi si valuta la conoscenza e la comprensione delle definizioni, dei teoremi e delle tecniche di calcolo introdotte nel corso e la capacità di esporre quanto richiesto in modo chiaro, con rigore e con linguaggio matematico appropriato anche fornendo esempi e controesempi.

La prova pratica viene valutata con voto in trentesimi 18-30/30 e per accedere alla prova teorica/orale è necessario ottenere la sufficienza. La valutazione finale complessiva tiene conto di entrambe le prove.

La prova pratica e la prova teorica/orale devono essere tenute nella stessa sessione di esami (gennaio-febbraio, giugno-luglio, settembre).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.
