

SYLLABUS DEL CORSO

Analisi Armonica

2122-1-F4001Q074

Obiettivi

Il corso fornisce un'introduzione all'analisi di Fourier e alle sue applicazioni alla teoria del segnale. Al termine del corso lo studente sarà in grado di comprendere gli aspetti fondamentali della teoria del segnale, con particolare riferimento alle applicazioni musicali. Non sono richieste conoscenze specifiche di teoria musicale.

Più specificamente, i risultati di apprendimento attesi comprendono:

- la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari proprie dell'Analisi di Fourier, con particolare riferimento alla convergenza in media, puntuale e uniforme delle serie e degli integrali di Fourier; la conoscenza e la comprensione della Trasformata di Fourier discreta, dell'algoritmo della trasformata di Fourier veloce e dei risultati fondamentali riguardanti la diffusione di onde sonore.
- la capacità di applicare il bagaglio di conoscenze sopra descritte alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi aventi diversi gradi di difficoltà (a partire da semplici esercizi di applicazione delle definizioni e dei risultati illustrati nel corso fino a esercizi che richiedono la capacità di sviluppare in modo originale concetti appresi nel corso).

Contenuti sintetici

Fondamenti di Analisi di Fourier in una variabile (serie e trasformata di Fourier). Applicazioni all'analisi del segnale e, in particolare, alla musica.

Programma esteso

- Sistemi ortonormali e criterio di Vitali-Dalzell
- Proprietà elementari delle serie di Fourier in una variabile. Convergenza in media e puntuale (il test di Dini e il Teorema di Jordan). Medie di Cesaro e loro convergenza puntuale. Applicazione alla corda vibrante
- Analisi di Fourier nel disco unitario del piano e applicazioni alle onde stazionarie del tamburo
- La trasformata di Fourier in una variabile. Lo spazio di Schwarz. Formula di inversione e formula di Plancherel.
- Trasformata di Fourier in più variabili. L'equazione delle onde e la propagazione del suono. Risoluzione dei problemi di Cauchy relativi. Medie sferiche.
- Le trasformate di Fourier discreta e veloce.
- Teorema di Paley-Wiener, formula di sommazione di Poisson e teorema del campionamento.
- La trasformata di Gabor e gli spettrogrammi
- Applicazioni alla musica e alla digitalizzazione del suono.

Prerequisiti

Per poter seguire con profitto il corso, lo studente deve conoscere i contenuti usualmente propri dei corsi di Analisi I-II e algebra lineare: calcolo per funzioni di più variabili reali, convergenza puntuale e uniforme di serie di funzioni, integrale di Lebesgue, calcolo matriciale. E' utile una buona conoscenza delle proprietà fondamentali dello spazio L2, delle teorie elementari degli spazi di Hilbert e delle funzioni olomorfe.

Gli studenti non in possesso dei requisiti sopra elencati sono invitati a contattare tramite posta elettronica il docente, che provvederà a dare indicazioni bibliografiche utili a colmare le lacune e a fornire eventuale ulteriore supporto.

Modalità didattica

In condizioni normali le lezioni saranno frontali, con uso di lavagna.

Parte delle ore sarà dedicata all'illustrazione dei principali risultati della teoria; la rimanente parte sarà dedicata allo svolgimento di esercizi, in precedenza assegnati, di applicazione della teoria svolta.

Materiale didattico

Sono disponibili sulla piattaforma e-learning le dispense del corso redatte dal docente che contengono tutto il materiale che sarà illustrato a lezione nonché numerosi esercizi, alcuni dei quali tratti da temi d'esame degli anni

precedenti.

Approfondimenti di aspetti della teoria si possono trovare nei testi seguenti:

- Stein-Shakarchi, Fourier Analysis, Princeton University Press
- Steiglitz, A Digital Signal Processing Primer, Princeton University Press
- D. Benson, Music: a Mathematical Offering, disponibile gratuitamente all'indirizzo <https://homepages.abdn.ac.uk/d.j.benson/pages/html/music.pdf>

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Il semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta, contenente domande di carattere teorico (dimostrazioni di parte dei risultati discussi a lezione) ed esercizi di applicazione della teoria, sovente di tipo simile a quelli illustrati durante le esercitazioni. Una valutazione sufficiente dell'elaborato presuppone che sia la valutazione delle conoscenze teoriche richieste, sia quella delle abilità necessarie allo svolgimento degli esercizi di applicazione della teoria risultino sufficienti. Le votazioni delle due parti dello scritto concorreranno in ugual misura alla votazione finale.

La valutazione terrà conto dell'esattezza delle risposte, della chiarezza espositiva e della proprietà di linguaggio matematico utilizzato.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.
