

## COURSE SYLLABUS

### Higher Algebra

2122-1-F4001Q112

---

#### Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze riguardanti l'acquisizione degli strumenti per la trasmissione di informazione su canali con rumore, al fine di analizzare procedure di scambio ottimali nella rilevazione e correzione di errori. Tempo permettendo verranno impartiti alcuni rudimenti su linguaggi di programmazione simbolica come Magma e Gap. Tali strumenti servono ad enfatizzare gli aspetti sperimentali della scoperta matematica. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi all teoria, e le abilità utili ad applicarle per risolvere esercizi e affrontare problemi.

#### Contenuti sintetici

1. Richiami su gruppi ciclici e abeliani, sottogruppi normali, gruppi quoziente, gruppi semplici;
2. Programma di Holder, serie di composizione, prodotti diretti, semidiretti e intrecciati, estensioni, coomologia;
3. Commutatori, sottogruppi derivati, gruppi nilpotenti e risolubili;
4. Generatori e Relazioni, gruppi liberi, Teorema di Schreier;
5. Gruppi di permutazioni, transitività, primitività, Teorema di O'Nan-Scott;
6. Classificazione dei gruppi finiti semplici, algebre di Lie semisemplici, basi di Chevalley, gruppi finiti di tipo Lie.

#### Programma esteso

1. Richiami sulla classificazione dei gruppi ciclici e dei gruppi abeliani finitamente generati, coniugio di

- elementi e sottogruppi, sottogruppi normali e sottogruppi quoziante, gruppi semplici, esempi: gruppi alterni, semplicità di  $\text{Alt}(5)$ , gruppi proiettivi speciali lineari.
2. Programma di Holder, serie di composizione e principali, prodotti diretti interni ed esterni, automorfismi, prodotti semidiretti, prodotti intrecciati, complementi e supplementi, estensioni, cobordi, cocicli, primo e secondo gruppo di coomologia e loro costruzione, teorema di Schur-Zassenhaus;
  3. Commutatori, teorema di Hall-Witt, teorema di Hall-Petrescu, serie derivata, centrale inferiore e superiore, gruppi nilpotenti, componenti primarie, gruppi risolubili, semplicità dei gruppi alterni, cenni all'irrisolubilità di equazioni di grado almeno 5, sottogruppi di Sylow e di Hall, caratterizzazioni di gruppi risolubili;
  4. Generatori e relazioni, gruppi liberi, gruppi finitamente generati, gruppi finitamente presentati, teoremi di Schreier-Nielsen, sottogruppi di gruppi liberi;
  5. Gruppi di permutazioni, transitività, primitività, sottogruppi massimali, cenni al teorema di Aschbacher, teorema di O'Nan-Scott;
  6. Gruppi alterni, proiettivi speciali lineari, ortogonali, unitari e simplettici, gruppi di Steinberg, Ree e Suzuki, gruppi sporadici, algebre di Lie semisemplici, basi di Chevalley, costruzione dell'analogo su campi finiti di gruppi di Lie.

## Prerequisiti

Algebra 1 e 2

## Modalità didattica

L'insegnamento prevede lezioni frontali per 56 ore (8 CFU), articolate in: lezioni teoriche in cui si fornisce la conoscenza di definizioni, risultati e teoremi rilevanti e altre in cui si intende fornire competenze e abilità necessarie per utilizzare tali nozioni nella risoluzione di esercizi e nell'analisi di problemi

## Materiale didattico

### Testo di Riferimento:

- Machi', Gruppi, Springer Verlag 2012
- Kurzweil, Stellmacher, The theory of finite groups, Springer Verlag 2004
- Robinson, A course in the theory of groups 2ed, Springer Verlag 1996
- Appunti videoscritti delle singole lezioni reperibili su questa piattaforma.
- Appunti scritti in LaTeX in formato pdf reperibili su questa piattaforma.

### Altri Testi:

- Aschbacher, Finite Group Theory 2ed, CUP 2000
- Carter, Simple groups of Lie type, Wiley & Sons, 1989
- Humphreys, Introduction to Lie algebras and representation theory, Springer-Verlag 1972
- Sambale, Endliche Permutationsgruppen, Springer Spektrum, 2017

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Primo semestre.

## **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

L'esame consiste in un'interrogazione orale in cui vengono accertate sia l'acquisizione dei contenuti teorici impartiti nel corso sia le capacita' di analisi e risoluzione di problemi.

Entrambe gli aspetti contribuiscono allo stesso modo per la decisione del voto d'esame.

## **Orario di ricevimento**

Su appuntamento.

---