



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Higher Algebra

2122-1-F4001Q112

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti l'acquisizione degli strumenti per la trasmissione di informazione su canali con rumore, al fine di analizzare procedure di scambio ottimali nella rilevazione e correzione di errori. Tempo permettendo verranno impartiti alcuni rudimenti su linguaggi di programmazione simbolica come Magma e Gap. Tali strumenti servono ad enfatizzare gli aspetti sperimentali della scoperta matematica. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le *abilità* utili ad applicarle per risolvere esercizi e affrontare problemi.

Contenuti sintetici

1. Richiami su gruppi ciclici e abeliani, sottogruppi normali, gruppi quoziente, gruppi semplici;
2. Programma di Holder, serie di composizione, prodotti diretti, semidiretti e intrecciati, estensioni, coomologia;
3. Commutatori, sottogruppi derivati, gruppi nilpotenti e risolubili;
4. Generatori e Relazioni, gruppi liberi, Teorema di Schreier;
5. Gruppi di permutazioni, transitività, primitività, Teorema di O'Nan-Scott;
6. Classificazione dei gruppi finiti semplici, algebre di Lie semisemplici, basi di Chevalley, gruppi finiti di tipo Lie.

Programma esteso

1. Richiami sulla classificazione dei gruppi ciclici e dei gruppi abeliani finitamente generati, coniugio di

elementi e sottogruppi, sottogruppi normali e sottogruppi quoziente, gruppi semplici, esempi: gruppi alterni, semplicità di $\text{Alt}(5)$, gruppi proiettivi speciali lineari.

2. Programma di Holder, serie di composizione e principali, prodotti diretti interni ed esterni, automorfismi, prodotti semidiretti, prodotti intrecciati, complementi e supplementi, estensioni, cobordi, cocicli, primo e secondo gruppo di coomologia e loro costruzione, teorema di Schur-Zassenhaus;
3. Commutatori, teorema di Hall-Witt, teorema di Hall-Petrescu, serie derivata, centrale inferiore e superiore, gruppi nilpotenti, componenti primarie, gruppi risolubili, semplicità dei gruppi alterni, cenni all'irrisolubilità di equazioni di grado almeno 5, sottogruppi di Sylow e di Hall, caratterizzazioni di gruppi risolubili;
4. Generatori e relazioni, gruppi liberi, gruppi finitamente generati, gruppi finitamente presentati, teoremi di Schreier-Nielsen, sottogruppi di gruppi liberi;
5. Gruppi di permutazioni, transitività, primitività, sottogruppi massimali, cenni al teorema di Aschbacher, teorema di O'Nan-Scott;
6. Gruppi alterni, proiettivi speciali lineari, ortogonali, unitari e simplettici, gruppi di Steinberg, Ree e Suzuki, gruppi sporadici, algebre di Lie semisemplici, basi di Chevalley, costruzione dell'analogo su campi finiti di gruppi di Lie.

Prerequisiti

Algebra 1 e 2

Modalità didattica

L'insegnamento prevede lezioni frontali per 56 ore (8 CFU), articolate in: lezioni teoriche in cui si fornisce la conoscenza di definizioni, risultati e teoremi rilevanti e altre in cui si intende fornire competenze e abilità necessarie per utilizzare tali nozioni nella risoluzione di esercizi e nell'analisi di problemi

Materiale didattico

Testo di Riferimento:

- Machi', Gruppi, Springer Verlag 2012
- Kurzweil, Stellmacher, The theory of finite groups, Springer Verlag 2004
- Robinson, A course in the theory of groups 2ed, Springer Verlag 1996
- Appunti videoscritti delle singole lezioni reperibili su questa piattaforma.
- Appunti scritti in LaTeX in formato pdf reperibili su questa piattaforma.

Altri Testi:

- Aschbacher, Finite Group Theory 2ed, CUP 2000
- Carter, Simple groups of Lie type, Wiley & Sons, 1989
- Humphreys, Introduction to Lie algebras and representation theory, Springer-Verlag 1972
- Sambale, Endliche Permutationsgruppen, Springer Spektrum, 2017

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in un'interrogazione orale in cui vengono accertate sia l'acquisizione dei contenuti teorici impartiti nel corso sia le capacità di analisi e risoluzione di problemi.

Entrambe gli aspetti contribuiscono allo stesso modo per la decisione del voto d'esame.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.
