

SYLLABUS DEL CORSO

Teoria Geometrica dei Gruppi

2122-1-F4001Q082

Obiettivi

L'obiettivo del corso è lo studio di grafi particolari chiamati alberi e dei gruppi che vi agiscono. Questa teoria è stata sviluppata da Hyman Bass e Jean-Pierre Serre negli anni '70 ed è oggi uno dei mattoni di base nello studio della teoria geometrica di gruppi, che si propone di recuperare proprietà di gruppi mediante la loro azione su certi spazi topologici. Tempo permettendo, vedremo qualche applicazione come le terminazioni (*ends*) di gruppi, la caratterizzazione dei sottogruppi di gruppi liberi tramite grafi di Stallings, il bordo di un albero, ecc.

- *conoscenze*: linguaggio, definizioni ed enunciati dei risultati fondamentali della teoria di Bass-Serre;
- *competenze*: comprensione operativa delle principali tecniche dimostrative;
- *abilità*: capacità di applicare le nozioni teoriche per la risoluzione di esercizi (*problem solving*)

Contenuti sintetici

Grafi e alberi, grafi di Cayley; gruppi liberi, prodotti liberi e generalizzazioni; azioni di gruppi su alberi.

Programma esteso

- grafi, cammini, connettività, alberi;
- azioni di gruppi su grafi, grafi di Cayley, grafi quoziente;
- gruppi liberi, lemma del diamante e del ping-pong
- prodotti liberi e amalgamati, estensioni HNN;

- grafi di gruppi, gruppo fondamentale di un grafo di gruppi,
- teorema di caratterizzazione per gruppi che agiscono su alberi (teorema fondamentale della teoria di Bass-Serre)
- teorema di Kurosh per sottogruppi di prodotti liberi

Prerequisiti

Algebra I, Geometria I.

Modalità didattica

Lezioni frontali

Materiale didattico

- O. Bogopolski, Introduction to Group Theory, EMS Textbooks in Mathematics, 2008.
- J. Meier, Groups, Graphs and Trees, London Mathematical Society, Student Texts, 73, CUP, 2008.
- J-P. Serre, Trees, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- W. Dicks, M. Dunwoody. Groups acting on graphs. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 17. Cambridge University Press, Cambridge, 1989
- G. Baumslag, Topics in combinatorial group theory. Lectures in Mathematics ETH Zürich. Birkhäuser Verlag, Basel, 1993

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Una presentazione di 20 minuti su un'applicazione o un tema relazionato della teoria di Bass-Serre concordato con il docente, e un esame orale sui contenuti del corso da cui si valuta le conoscenze acquisite dallo studente. La presentazione contribuisce 20% al voto finale, 80% contribuisce l'esame orale.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.
