



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## COURSE SYLLABUS

### Differential Topology

2122-1-F4001Q111

---

#### Obiettivi

Questo insegnamento ha lo scopo di proseguire ed approfondire il percorso in geometria della Laurea Triennale. Non è propedeutico agli altri insegnamenti di Geometria, che possono comunque essere scelti indipendentemente, ma ha la finalità di unificare e collegare le altre tematiche, contribuendo a rendere l'offerta complessiva più organica e sinergica.

La topologia differenziale indaga l'interazione tra la struttura differenziale e le proprietà topologiche delle varietà differenziali. Lo studio delle forme differenziali fornisce un ponte tra questi aspetti, in quanto espressione della struttura differenziale ed ingrediente delle coomologia di de Rham. La topologia differenziale è quindi una base naturale per affrontare anche tematiche più astratte e generali in Topologia Algebrica. Le tecniche legate all'ambito differenziale forniscono inoltre un approccio concreto ed esplicito alla teoria dell'intersezione.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

**Conoscenze:** la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in topologia differenziale; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.

**Capacità:** la capacità di applicare le tecniche e i concetti sviluppati alla discussione di esempi notevoli e alla soluzione di semplici esercizi, nonché di esporre in modo organico, con limpidezza e precisione, i risultati teorici appresi.

#### Contenuti sintetici

Teoria di de Rham su una varietà differenziali; trasversalità e teoria dell'intersezione.

## **Programma esteso**

### I PARTE

- Coomologia di de Rham. La sequenza di Mayer-Vietoris. I lemmi di Poincaré e teoria del grado (richiami). Dualità di Poincaré su una varietà orientata. Formula di Künneth e Teorema di Leray-Hirsch. Fibrati vettoriali e isomorfismo di Thom. Classe di Eulero, numero di Eulero e caratteristica di Eulero.

### II PARTE:

- Applicazioni trasverse ad una sottovarietà liscia, intersezione di varietà trasverse. Applicazioni: classificazione della varietà lisce di dimensione 1 e Teorema del punto fisso di Brower. Teoremi di trasversalità. Indice di intersezione modulo 2 e grado di una mappa modulo 2. Cenni alla teoria dell'intersezione per varietà orientate.

## **Prerequisiti**

Sono presupposti: i contenuti di base dei corsi di Analisi, Geometria e Algebra Lineare del biennio della Laurea Triennale in Matematica; le nozioni di base sulle varietà differenziale e sulle forme differenziali, come introdotte per esempio nei corsi di Geometria II e III. Verrà fatto comunque un breve riepilogo quando necessario.

## **Modalità didattica**

L' insegnamento si svolge mediante lezioni frontali alla lavagna.

## **Materiale didattico**

Testi di riferimento:

R. Bott e L. Tu, Differential Forms in Algebraic Topology, Springer-Verlag

V. Guillemin, P. Haine, Differential forms, World Scientific Publishing Co.

V. Guillemin e A. Pollack, Differential Topology, Prentice Hall

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Il semestre

## **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

L'esame consiste di due prove scritte, seguite da una discussione orale delle stesse. Ciascuna delle prove verterà su una parte del corso (I e II), e sarà finalizzata alla valutazione della conoscenza, della comprensione e delle capacità che costituiscono gli obiettivi formativi dell'insegnamento. Ogni prova consiste di una combinazione flessibile di quesiti teorici (definizioni, enunciati, dimostrazioni) e di quesiti di carattere più pratico (risoluzione di esercizi, costruzione di esempi o controesempi). Ogni prova verrà valutata indipendentemente e concorrerà in egual misura alla determinazione del voto complessivo finale; al fine del superamento dell'esame entrambe le prove dovranno essere sufficienti (votazione di almeno 18/30).

Le due prove scritte possono essere sostenute in appelli differenti. In ogni appello sarà possibile iscriversi a entrambe le prove scritte, ma solo alla seconda è abbinata la registrazione del voto. La data della discussione orale degli scritti verrà annunciata dopo la correzione.

## **Orario di ricevimento**

Su appuntamento.

---