

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# **COURSE SYLLABUS**

# **Derivatives**

2122-1-F1601M051-F1601M056M

#### Obiettivi formativi

- 1) Conoscere i tipi di fondamentali di strumenti derivati e comprendere i loro utilizzi e il loro significato finanziario
- 2) Comprendere il concetto di modello di mercato finanziario e il suo utilizzo nella valutazione di uno strumento derivato
- 3) Conoscere nel dettaglio i modelli studiati e le derivazioni delle relative formule
- 4) Saper applicare i modelli studiati alla valutazione e alla copertura di un generico strumento derivato.

#### Contenuti sintetici

- Concetti base sulle opzioni
- Modello binomiale multiperiodale
- Modelli uniperiodali
- Modelli in tempo continuo

- Modello di Black-Scholes
- Beyond Black-Scholes
- Il metodo Montecarlo
- Modello di Vasicek
- Modello di Merton

#### Programma esteso

Concetti base sulle opzioni

Richiami sugli strumenti derivati: contratti forward, contratti futures, opzioni call e put ed esempi di applicazioni. Concetto di payoff e di replicazione; prezzo forward e parità spot-forward. Put-call parity. Combinazioni di opzioni (spread, butterfly, strangle, straddle). Convessità del prezzo della call in funzione dello strike. Superreplicazione e subreplicazione. Vincoli di Merton. Opzioni americane e ottimalità dell'esercizio anticipato. Discussione qualitativa dei fattori che influenzano i prezzi delle opzioni.

Modelli binomiali

Il modello binomiale uniperiodale: derivazione della formula per il prezzo di un generico payoff.

Il modello binomiale biperiodale e il suo utilizzo per la valutazione delle opzioni americane.

Il modello binomiale multiperiodale: formula di valutazione di un generico payoff e derivazione della formula per la call europea. Scelta dei parametri u e d e volatilità storica.

La formula di Black-Scholes come limite della formula per la call nel modello binomiale multiperiodale.

Modelli uniperiodali generali

Modelli uniperiodali con un numero arbitrario di titoli e di stati del mondo. Matrice dei payoff.

Replicabilità, completezza del mercato, caratterizzazione della completezza.

Definizione di opportunità di arbitraggio. Definizione del vettore dei prezzi degli stati e primo teorema fondamentale di valutazione. Secondo teorema fondamentale di valutazione.

Superreplicazione e subreplicazione come problema di programmazione lineare.

Modelli in tempo continuo

Definizione e prime proprietà del moto browniano

Processi di Ito: definizione ed esempi (moto browniano con drift, moto browniano geometrico)

Formula di Ito: drift e volatilità di un processo trasformato

Moto browniano geometrico, richiami sulla distribuzione lognormale.

#### Il modello di Black-Scholes

Ipotesi del modello. Derivazione della equazione differenziale di Black - Scholes. Soluzioni particolari, principio di sovrapposizione. Derivazione della formula di BS come valore atteso attualizzato del payoff. Prime proprietà della formula di BS. Dipendenza dai parametri e calcolo delle greeks. Prime estensioni del modelo di BS: presenza di flussi indotti. Verifiche empiriche del modello di BS. La volatilità implicita e lo smile. Approssimazione per opzioni ATM a breve scadenza.

**Beyond Black-Scholes** 

Il metodo Montecarlo

Simulazione di numeri casuali. Calcolo del prezzo di uno strumento derivato con il metodo Montecarlo. Calcolo delle greeks con il metodo Montecarlo.

Il modello di Vasicek

Dinamica dello short rate. Cenni sull integrale stocastico rispetto a un moto browniano e derivazione della distribuzione dello short rate. Derivazione della struttura per scadenza dei tassi di interesse. Esempio di calibrazione

Il modello di Merton

Generalità sul rischio di credito. Il modello di Merton. Calcolo della probabilità neutrale al rischio di default. Derivazione analitica della curva dei tassi spread.

#### **Prerequisiti**

Le conoscenze richieste per l'accesso alla laurea magistrale di Economia e Finanza.

#### Metodi didattici

Tutte le lezioni del corso saranno svolte in presenza e trasmesse in diretta. Per ogni argomento, agli studenti vengono assegnati degli esercizi da svolgere, che in caso di difficoltà vengono discussi in aula. Per ogni argomento gli studenti hanno a disposizione un forum nel quale possono postare domande, alle quali risponde il docente. Al corso è affiancata un'attività di tutoraggio per studenti con specifiche lacune o difficoltà di apprendeimento.

## Modalità di verifica dell'apprendimento

Esame scritto con orale facoltativo, su richiesta dello studente o del docente.

### Testi di riferimento

- Materiali forniti dal docente
- J. Hull "Opzioni e futures"
- J. Cox, M. Rubinstein "Option markets"

# Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

# Lingua di insegnamento

Italiano