



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## SYLLABUS DEL CORSO

### Derivatives

2122-1-F1601M051-F1601M056M

---

#### Obiettivi formativi

- 1) Conoscere i tipi di fondamentali di strumenti derivati e comprendere i loro utilizzi e il loro significato finanziario
- 2) Comprendere il concetto di modello di mercato finanziario e il suo utilizzo nella valutazione di uno strumento derivato
- 3) Conoscere nel dettaglio i modelli studiati e le derivazioni delle relative formule
- 4) Saper applicare i modelli studiati alla valutazione e alla copertura di un generico strumento derivato.

#### Contenuti sintetici

- Concetti base sulle opzioni
- Modello binomiale multiperiodale
- Modelli uniperiodali
- Modelli in tempo continuo

- Modello di Black-Scholes
- Beyond Black-Scholes
- Il metodo Montecarlo
- Modello di Vasicek
- Modello di Merton

## Programma esteso

### Concetti base sulle opzioni

Richiami sugli strumenti derivati: contratti forward, contratti futures, opzioni call e put ed esempi di applicazioni. Concetto di payoff e di replicazione; prezzo forward e parità spot-forward. Put-call parity. Combinazioni di opzioni (spread, butterfly, strangle, straddle). Convessità del prezzo della call in funzione dello strike. Superreplicazione e subreplicazione. Vincoli di Merton. Opzioni americane e ottimalità dell'esercizio anticipato. Discussione qualitativa dei fattori che influenzano i prezzi delle opzioni.

### Modelli binomiali

Il modello binomiale uniperiodale: derivazione della formula per il prezzo di un generico payoff.  
 Il modello binomiale biperiodale e il suo utilizzo per la valutazione delle opzioni americane.  
 Il modello binomiale multiperiodale: formula di valutazione di un generico payoff e derivazione della formula per la call europea. Scelta dei parametri  $u$  e  $d$  e volatilità storica.  
 La formula di Black-Scholes come limite della formula per la call nel modello binomiale multiperiodale.

### Modelli uniperiodali generali

Modelli uniperiodali con un numero arbitrario di titoli e di stati del mondo. Matrice dei payoff.  
 Replicabilità, completezza del mercato, caratterizzazione della completezza.  
 Definizione di opportunità di arbitraggio. Definizione del vettore dei prezzi degli stati e primo teorema fondamentale di valutazione. Secondo teorema fondamentale di valutazione.  
 Superreplicazione e subreplicazione come problema di programmazione lineare.

### Modelli in tempo continuo

Definizione e prime proprietà del moto browniano  
 Processi di Ito: definizione ed esempi (moto browniano con drift, moto browniano geometrico)  
 Formula di Ito: drift e volatilità di un processo trasformato  
 Moto browniano geometrico, richiami sulla distribuzione lognormale.

## Il modello di Black-Scholes

Ipotesi del modello. Derivazione della equazione differenziale di Black - Scholes. Soluzioni particolari, principio di sovrapposizione. Derivazione della formula di BS come valore atteso attualizzato del payoff. Prime proprietà della formula di BS. Dipendenza dai parametri e calcolo delle greeks. Prime estensioni del modello di BS: presenza di flussi indotti. Verifiche empiriche del modello di BS. La volatilità implicita e lo smile. Approssimazione per opzioni ATM a breve scadenza.

## Beyond Black-Scholes

### Il metodo Montecarlo

Simulazione di numeri casuali. Calcolo del prezzo di uno strumento derivato con il metodo Montecarlo. Calcolo delle greeks con il metodo Montecarlo.

### Il modello di Vasicek

Dinamica dello short rate. Cenni sull integrale stocastico rispetto a un moto browniano e derivazione della distribuzione dello short rate. Derivazione della struttura per scadenza dei tassi di interesse. Esempio di calibrazione

### Il modello di Merton

Generalità sul rischio di credito. Il modello di Merton. Calcolo della probabilità neutrale al rischio di default. Derivazione analitica della curva dei tassi spread.

## **Prerequisiti**

Le conoscenze richieste per l'accesso alla laurea magistrale di Economia e Finanza.

## **Metodi didattici**

Tutte le lezioni del corso saranno svolte in presenza e trasmesse in diretta. Per ogni argomento, agli studenti vengono assegnati degli esercizi da svolgere, che in caso di difficoltà vengono discussi in aula. Per ogni argomento gli studenti hanno a disposizione un forum nel quale possono postare domande, alle quali risponde il docente. Al corso è affiancata un'attività di tutoraggio per studenti con specifiche lacune o difficoltà di apprendimento.

## **Modalità di verifica dell'apprendimento**

Esame scritto con orale facoltativo, su richiesta dello studente o del docente.

## **Testi di riferimento**

- Materiali forniti dal docente
- J. Hull "Opzioni e futures"
- J. Cox, M. Rubinstein "Option markets"

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Primo semestre

## **Lingua di insegnamento**

Italiano

---