UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Mathematics For Teaching - Algebra

2122-1-F0601Q096

Obiettivi

Questo corso “Matematica per l’insegnamento - Algebra” ed il suo gemello “Matematica per l’insegnamento - Geometria” si rivolgono principalmente a futuri insegnanti di matematica e scienze. Chi insegna dovrebbe aver ben chiare le fondamenta di quanto insegna, e sarebbe anche auspicabile che sapesse un po’ di più di quanto deve insegnare. Per chiarire il problema, facciamo dei semplici esempi.

1 - Meno per meno fa più.

2 - Un numero è divisibile per tre se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per tre.

3 - I numeri primi sono infiniti.

4 - La scomposizione in fattori primi è unica.

Queste affermazioni sono ben note, ma quanti ne sanno una giustificazione? Il corso si propone di rivisitare in modo rigoroso e con dimostrazioni la matematica delle scuole elementari e medie inferiori e superiori, con attenzione agli aspetti storici e didattici, ed ai collegamenti con altre scienze. Al termine dell'insegnamento lo studente dovrà avere acquisito i principi del ragionamento logico deduttivo, ed una capacità di esprimersi e comunicare in modo preciso e non ambiguo.

Contenuti sintetici

1 – Logica elementare.

2 – Algebra elementare.

3 - Aritmetica. Numeri naturali, razionali, reali, complessi.

4 - Matematica ricreativa.

Programma esteso

1 - Logica elementare. Definizioni. Postulati. Teorema: ipotesi, tesi, dimostrazione. Esempi e controesempi. Proposizioni. Connettivi: negazione, congiunzione, disgiunzione, implicazione. Predicati. Quantificatori. Tavole di verità. Regole di deduzione. Principio di induzione.

2 - Algebra elementare. Calcolo letterale. Assiomi. Proprietà commutativa, associativa, distributiva. Regola dei segni: +×+=+, +×?=?, ?×?=+. Proprietà delle potenze. Equazioni e sistemi di equazioni. Disequazioni. Funzioni. Polinomi, esponenziali e logaritmi. Analisi dimensionale in matematica e fisica.

3 - Aritmetica. Numeri interi. Rappresentazione decimale e in altre basi. Algoritmi per operazioni elementari: somma, prodotto, divisione, estrazione di radice. Algoritmo di Euclide per il massimo comun divisore. I numeri primi sono infiniti. La scomposizione in fattori primi è unica. Aritmetica modulare. Criteri di divisibilità, prova del nove e dell'undici. Analogie tra numeri interi e polinomi, potenze di 10 e potenze di x. Scomposizione di polinomi in fattori primi. Regola di Ruffini.

4 - Aritmetica. Numeri razionali. Definizioni intuitive e rigorose, e operazioni con i razionali. Un numero è razionale se e solo se il suo sviluppo decimale è periodico. Algoritmo di Euclide e frazioni continue. Un numero è razionale se e solo se il suo sviluppo in frazioni continue è finito. Approssimazione diofantea. Calendario gregoriano. Ingranaggi.

5 - Aritmetica. Numeri reali. ?2, ?3, ?5,… non sono frazioni. 0,12345678910111213… non è una frazione. Definizioni intuitive e rigorose di numeri reali. Numeri algebrici e trascendenti. Teoria degli insiemi e cardinalità. Insiemi finiti, numerabili, non numerabili.

6 - Aritmetica. Numeri complessi. Definizione e operazioni con numeri complessi. Rappresentazione geometrica. Teorema fondamentale dell'algebra. I numeri interi sono contenuti nei razionali, che sono contenuti nei reali, che sono contenuti nei complessi. C'è qualcos'altro?

7 - Matematica ricreativa. Curiosità, rompicapo, giochi matematici. La matematica ricreativa può avere contenuti matematici di rilievo, anche senza richiedere particolari conoscenze avanzate, e può avere una notevole ricaduta didattica.

Prerequisiti

La matematica di base oggetto dell'insegnamento della scuola primaria e secondaria. Nessuna propedeuticità.

Modalità didattica

Lezioni ed esercitazioni. Attività di riflessione e approfondimento autonoma e di gruppo.

Materiale didattico

R.Courant, H.Robbins “Che cos’è la matematica?”.

C.B.Boyer “Storia della matematica”.

G.Chrystal "Algebra: An elementary text-book".

Euclide “Elementi”.

L.Euler “Elements of algebra”.

G.H.Hardy, E.M.Wright “An introduction to the theory of numbers”.

G.Polya "How to solve it".

G.Polya "Mathematics and plausible reasoning".

G.Polya "Mathematical discovery".

H.Steinhaus “Matematica per istantanee”.

J.Stillwell “Elements of Mathematics: From Euclid to Gödel”.

Wikipedia.

Per gli argomenti trattati a lezione saranno disponibili delle note dettagliate del docente.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale. Il voto viene espresso in trentesimi. Lo studente dovrà dimostrare di essere in grado di esporre con chiarezza e proprietà di linguaggio le conoscenze acquisite, dimostrando la loro completa comprensione.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.