

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Teoria della Misura

2223-2-E3501Q053

Obiettivi

Gli studenti devono comprendere gli aspetti teorici e le applicazioni analitiche di base della teoria della misura e dell'integrazione. In particolare devono impadronirsi anche in modo operativo dei teoremi di convergenza.

Contenuti sintetici

- Problemi dell'integrale di Riemann rispetto al passaggio al limite.
- Algebre, sigma-algebre e misure. Funzioni misurabili.
- Misure esterne, premisure, teorema di estensione. Misure di Borel e Lebesgue.
- Integrazione astratta. Teoremi di convergenza
- Integrazione in più variabili. Teorema di Fubini-Tonelli. Cambio di variabili.
- Completezza di L1.

Programma esteso

- 1. Integrale di Riemann (richiami). Sue limitazioni e i problemi con il passaggio al limite. Necessità di un integrale più adatto alle operazioni di limite. Una strategia e un ostacolo, l'insieme di Vitali.
- 2. Teoria della misura astratta. Algebre, sigma-algebre e misure. Proprietà di base ed esempi. Misure complete. La sigma-algebra di Borel. Sigma-algebra prodotto. Funzioni misurabili. Funzioni semplici. Misurabilità del limite puntuale di una successione di funzioni misurabili. Funzioni misurabili come limite puntuale di funzioni semplici.
- 3. Come costruire le misure "importanti". Misure esterne. Una procedura standard per costruire misure esterne. Condizione e teorema di Caratheodory. Premisure e teorema di estensione. Misure di Borel e di Lebesgue.

- 4. Integrazione astratta. Definizione di integrale per le funzioni non negative. Teorema di convergenza monotona, Lemma di Fatou. Integrazione delle funzioni a valori complessi. Teorema di convergenza dominata.
- 5. Integrazione in più variabili. Teorema di Fubini-Tonelli. Cambio di variabili.
- 6. Completezza di L¹.

Prerequisiti

I corsi di Analisi I e II. È utile una buona conoscenza della topologia generale e una certa familiarità con l'algebra.

Modalità didattica

Lezioni frontali.

Materiale didattico

Appunti del docente, temi d'esame e materiale didattico degli anni precedenti.

Principale testo di riferimento: Folland, Real Analysis, Wiley

Altri testi:

- Ambrosio Da Prato Mennucci, Introduction to Measure Theory and Integration, Edizioni della Normale.
- Rudin, Real and Complex Analysis,
- Stein Shakarchi, Real Analysis, Measure Theory, Integration and Hilbert spaces, Princeton

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre. Marzo-Giugno 2021.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste di uno scritto di esercizi e di un orale di teoria. E' necessario superare lo scritto per essere ammessi all'orale. Durante la prova orale potrà anche essere discusso lo scritto.

Per superare l'esame lo studente dovrà conoscere e saper usare i teoremi di convergenza, avere un quadro sufficientemente chiaro e preciso della teoria astratta della misura e dell'integrazione e delle misure di Borel e Lebesgue in una e più dimensioni. Il voto sarà tanto più alto quanto meglio lo studente saprà enunciare e dimostrare i teoremi più importanti.

La prova scritta e quella orale concorrono in uguale misura nella determinazione del voto finale.

Nel corso dell' anno accademico sono previsti sei appelli d'esame: giugno, luglio. settembre, ottobre, novembre, gennaio/febbraio.

Orario di ricevimento

Per appuntamento, preferibilmente il giovedì dalle 14.00 alle 16.00

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ