UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# COURSE SYLLABUS

# Algebra I

**2223-1-E3501Q003**

## Obiettivi

Obiettivo del corso è introdurre gli studenti ad alcuni degli oggetti e dei metodi dell'algebra. Si studieranno le proprietà di strutture algebriche fondamentali, con enfasi su gruppi, anelli e campi. Tempo permettendo verranno forniti alcuni rudimenti su linguaggi di programmazione simbolica quali GAP, Magma e Mathematica.

Al termine del corso lo studente dovra' dimostrare di essere in grado di risolvere sia esercizi di routine che di saper applicare la teoria alla rsoluzione di esercizi piu' complessi.

## Contenuti sintetici

Insiemi, relazioni, operazioni; Aritmetica intera e modulare; Elementi di teoria dei gruppi e degli anelli; Algebre polinomiali.

## Programma esteso

1) Insiemi, relazioni, operazioni: assioma della scelta; relazioni d'ordine (Lemma di Zorn); relazioni d'equivalenza; teorema di omomorfismo per gli insiemi; congruenze.

2) Aritmetica dell'insieme Z degli interi relativi. Aritmetica modulare.

3) Elementi di teoria dei gruppi: sottogruppi, sottogruppo generato da un sottoinsieme; gruppi ciclici; laterali di un sottogruppo, teorema di Lagrange; congruenze in un gruppo; sottogruppi normali; morfismi di gruppo e gruppi quoziente; teoremi fondamentali sui morfismi;automorfismi; prodotti diretti e semidiretti; gruppo simmetrico e gruppo alterno, gruppi di permutazioni; azioni di gruppo (G-insiemi): rappresentazione regolare, azioni per coniugio,

orbite di un'azione di gruppo (equazione delle orbite, esempi); i teoremi di Sylow.

4) Elementi di teoria degli anelli: domini, corpi, campi; morfismi di anello: ideali, anelli quoziente, teoria elementare dei morfismi; teorema cinese dei resti; divisibilità in un dominio; immersione di un dominio in un campo; ideali primi e ideali massimali; domini euclidei, domini a ideali principali; domini a fattorizzazione unica; interi di Gauss.

5) Algebre polinomiali: polinomi in una variabile su un campo: decomposizione di un polinomio in fattori irriducibili, radici di un polinomio. Test di irriducibilità. Costruzione di campi mediante polinomi irriducibili.

## Prerequisiti

Nozioni standard di matematica generale impartite nella scuola secondaria.

## Modalità didattica

L'insegnamento prevede Lezioni frontali (48 ore, 6 CFU) ed Esercitazioni (24 ore, 2CFU). Nelle lezioni vengono presentati definizioni, risultati e teoremi rilevanti e si forniscono esempi e analisi di problemi dove vengono utilizzate le nozioni introdotte. Nelle esercitazioni vengono proposti e risolti esercizi relativi alle tematiche presentate a lezione.

Per stimolare la partecipazione degli studenti alcuni esercizi vengono proposti e la risoluzione lasciata agli studenti tramite la piattaforma WIMS https://wims.matapp.unimib.it/

## Materiale didattico

**Testo di riferimento**: Sono disponibili sulla piattaforma del corso sia delle note scritte in Latex che gli appunti in videoscrittura delle singole lezioni.

**Altri testi consigliati:**

- Aschbacher, Finite Group Theory 2?? ed, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- Childs, A Concrete Introduction to Higher Algebra 3?? ed, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York, 2009.
- Jacobson, Basic Algebra I, Freeman & Co, 1985
- Machi, Gruppi, Springer-Verlag, 2007

**Eserciziari:**

- Alzati, Bianchi, Cariboni, Esercizi di matematica discreta, Pearson, 2012
- Chirivi', del Corso, Dvornichich, Esercizi scelti di algebra Voll. 1 e 2, Springer, 2017

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

Semestre: II

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'accesso all'esame scritto richiede il superamento di una prova informatizzata.

Per accedere a tale prova e' necessario iscriversi al portale di WIMS https://wims.matapp.unimib.it/
Su tale portale sono disponibili 12 test di autovalutazione (uno per settimana di corso) che verranno gradualmente attivati.

Siete caldamente esortati a risolverli poiche' parte dell'esame consistera' in esercizi selezionati tra quelli dei test.

Al termine del corso verra' attribuito un bonus di xx punti se conseguito un punteggio yy ove

- xx=2 per 27<yy<=30;
- xx=1.5 per 22<yy<=27;
- xx=1 per 18<=yy<22.

Il bonus resta valido fino a Marzo.

L'esame è suddiviso in cinque fasi:

1. Test a scelta multipla per accertarsi che i concetti base siano stati acquisiti. Qui viene valutata l'esattezza delle risposte (max. 10 punti)
2. Se sufficiente tale test dà accesso alla prova scritta consistente nella risoluzione di alcuni esercizi di routine (max. 10 punti)
3. Assegnazione di un esercizio in cui si valuta la capacita' di rielaborare ed utilizzare la teoria ai fini del problem-solving (max. 6 punti)
4. Richiesta di delineare uno dei Teoremi cardine del corso fornendo cenni di dimostrazione ed esempi (max. 4 punti)
5. Prova orale richiede l'esposizione di asserti e dimostrazioni di teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo.
   E' obbligatoria per chi consegue nelle precedenti fasi un punteggio inferiore a 21, facoltativa altrimenti;
   a chi consegue voto >= 27 e non sostiene l'orale verrà verbalizzato 27.

Non viene attribuito a priori nessun peso relativo alla prova orale rispetto alle precedenti prove.

Le prime due fasi vengono svolte accedendo alla piattaforma WIMS https://wims.matapp.unimib.it/

Durante l'anno sono previsti 5 appelli: due a Febbraio e uno a Giugno, Luglio e Settembre.

Per sostenere il test a scelta multipla bisogna registrarsi sulla piattaforma WIMS http://wims.matapp.unimib.it/

La prova scritta e orale vanno sostenute nella stessa sessione.

## Orario di ricevimento

Per appuntamento da fissarsi previa comunicazione con posta elettronica.

## Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ | PARITÁ DI GENERE