UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Matematica III

2223-2-E2701Q063

Obiettivi

Gli obiettivi formativi del corso sono i seguenti.

Conoscenza e capacità di comprensione. Lo studente apprenderà i principali risultati relativi ai numeri complessi, all'algebra lineare e alle equazioni differenziali ordinarie e si impadronirà dei relativi strumenti e tecniche di calcolo.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione. Mediante l'illustrazione di vari esempi e con lo svolgimento di esercizi, lo studente svilupperà la capacità di applicare i risultati teorici esposti nelle lezioni a problemi relativi ai numeri complessi, all'algebra lineare e alle equazioni differeziali ordinarie.

Autonomia di giudizio. Lo studente saprà affrontare in modo critico problemi relativi ai numeri complessi, all'algebra lineare e alle equazioni differenziali individuando autonomamente i metodi più appropriati tra quelli appresi.

Abilità comunicative. L'acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico introdotto renderà lo studente in grado di comunicare con rigore e chiarezza le conoscenze acquisite.

Capacità di apprendimento. Lo studente sarà in grado di applicare le conoscenze acquisite a contesti differenti da quelli presentati durante le lezioni, in particolare nello studio di altre discipline scientifiche (quali la chimica e la fisica) che richiedano un buona preparazione matematica di base.

Contenuti sintetici

Numeri complessi, Algebra lineare ed Equazioni differenziale ordinarie

Programma esteso

Prima Parte: Numeri Complessi
Definizione e proprietà elementari; interpretazione geometrica; operazioni con i numeri complessi; forma trigonometrica; radici n-esime.

Seconda Parte: Algebra Lineare
Spazi vettoriali (reali e complessi), sottospazi vettoriali, combinazione lineare, Span, sistema di generatori, vettori linearmente indipendenti e dipendenti, basi, dimensione di uno spazio vettoriale. Teorema del completamento della base. Esempio di spazi vettoriali di dimensione infinita. Esempi di basi e componenti in spazi vettoriali.
Applicazioni lineari: definizione e primi esempi. Teorema di struttura. Matrice associata ad un'applicazione lineare dopo aver scelto basi in partenza ed arrivo. Esempi di costruzione ed utilizzo della matrice associata ad un'applicazione lineare. Matrice di cambio di base: costruzione ed utilizzo. Ker e immagine di un'applicazione lineare.
Teorema rank-nullity (relazione tra le dimensioni di ker, immagine e spazio di partenza). Conseguenze in termini di iniettività e suriettività.
Sistemi lineari: Interpretazione dei sistemi lineari in termini di combinazioni lineari di colonne: legami con span, lineare indipendenza, generatori. Interpretazione dei sistemi lineari in termini di ker e immagine di un'opportuna applicazione lineare.
Cambiamento di base, applicazioni lineari invertibili, determinante, formula di Laplace, formula di Binet. Matrice inversa. Uso delle matrici inverse nei cambi di base. Rango di una matrice.
Spazi con prodotto scalare, Prodotti scalari, prodotti hermitiani, disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, norma, ortogonalità, Basi ortogonali e ortonormali. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Ortogonale di un sottospazio e sue proprietà. Proiezione ortogonale su un sottospazio. Esempi di calcolo di basi ortogonali e di ortogonali di sottospazi. Matrici ortogonali: caratterizzazione e proprietà.

Definizione di matrici simili e problema della diagonalizzazione. Autovalori ed autovettori. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Condizioni necessarie/sufficienti per la diagonalizzabilità.
Teorema spettrale per applicazioni e matrici simmetriche. *Teorema spettrale* per applicazioni e matrici normali.
Diagonalizzazione simultanea di endomorfismi hermitiani commutanti.

Terza parte: Equazioni Differenziali Ordinarie
Definizione. Separazione delle variabili. Equazioni differenziali lineari. Independenza lineare delle soluzioni, il Wronskiano. Il metodo di variazioni delle costanti. Il caso di coefficienti constanti. Sistemi di equazioni differenziali del primo ordine. Curve integrali. Sistemi di due equazioni lineari a coefficienti costanti. Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti. Aspetti qualitativi della teoria delle equazioni differenziali ordinarie.

Prerequisiti

I contenuti dei corsi di matematica del primo anno (Matematica I e II)

Modalità didattica

Lezioni alla lavagna.

Lezioni frontali (6 cfu), esercitazioni (2 cfu).

Materiale didattico

Per la parte di Algebra Lineare:

- Dispense della Prof.ssa Felli (si trovano nel sito)
- Strang, Gilbert. Linear algebra and its applications (sarà disponibile come e-book nella biblioteca. E gia disponibile in forma cartacea).

Per il resto del corso (Numeri complessi, equazioni differenziali ordinarie) verranno messe a disposizione delle note a cura dei Docenti.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo anno, primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30 con eventuale lode.

Esame scritto con *eventuale* colloquio orale.

Prova scritta
Nella prova scritta si valuta la conoscenza dei contenuti del corso e la capacità di applicarli alla risoluzione di problemi. Si richiede inoltre la capacità di esporre le definizioni, gli enunciati dei teoremi, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte nel corso. La valutazione tiene conto dell'esattezza delle risposte, della completezza nonché' della chiarezza espositiva.
La prova scritta si intende superata SOLO se la votazione è maggiore o uguale a 18/30.
La prova scritta è generalmente composta da esercizi (simili agli esercizi fatti a lezione e/o proposti negli esercizi agli studenti) fino a 22-24 punti e fino a un massimo di 6-8 punti di teoria (definizioni di concetti di base e risultati visti a lezione).

Prova orale (su richiesta del docente)
Nel caso in cui la prova scritta risulti superata, il docente può richiedere allo studente di sostenere una prova orale che si terrà di norma qualche giorno dopo la prova scritta. Si tratta di una discussione sulla prova scritta e sui risultati e sui metodi illustrati nel corso. Il risultato della prova orale farà media (in positivo o in negativo) con quello della prova scritta, potendo anche comportare il non superamento dell'esame.

Prova orale (su richiesta dello studente)
Nel caso in cui la prova scritta risulti superata, lo studente può richiedere al docente di sostenere una prova orale che si terrà di norma qualche giorno dopo la prova scritta. Si tratta di una discussione sulla prova scritta e sui risultati e sui metodi illustrati nel corso. Il risultato della prova orale farà media (in positivo o in negativo) con quello della prova scritta, potendo anche comportare il non superamento dell'esame.

Voto finale
Nel caso in cui non venga sostenuto nessun orale, verrà verbalizzato il voto della prova scritta.

Prove in itinere (prove in itinere, compitini, esoneri, parziali)

Durante il semestre ci saranno *due* prove scritte in itinere che *se superate entrambe con votazione maggiore o uguale a 15/30*, danno la possibilità di verbalizzare il voto finale senza effettuare la prova scritta. Il *voto complessivo* delle prove in itinere è la media aritmetica dei due voti conseguiti (che quindi deve essere almeno 18/30). Resta la possibilità per lo studente e per il docente di richiedere una prova orale.
La prova scritta del primo appello della sessione invernale è divisa in due parti corrispondenti alle due prove in itinere svolte durante il semestre. Le prove parziali superate con votazione maggiore o uguale a 15/30 possono essere utilizzate per un esonero parziale dalla parte di prova scritta corrispondente. Il voto finale sarà dato dalla media aritmetica del voto della prova parziale utilizzata e del voto della prova scritta (parziale). Resta la possibilità per lo studente e per il docente di richiedere una prova orale.
A partire dalla prova scritta del secondo appello della sessione invernale e per tutte le altre sessioni le prove parziali eventualmente superate non possono essere tenute in considerazione.

Numero di appelli
Nel corso dell'anno sono previsti 6 appelli d'esame nei seguenti periodi: **due** nei mesi di gennaio-febbraio, **uno** nel mese di aprile/maggio, **uno** nei mesi di giugno/luglio, **uno** a settembre e **uno** a novembre.

Orario di ricevimento

Su appuntamento concordato per e-mail

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ