UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Mathematics I

2223-1-E2702Q001

Obiettivi

1. Conoscere e comprendere i concetti di base e i fondamenti delle tecniche di calcolo differenziale e integrale per funzioni di una variabile reale.
2. Acquisire la capacità di elaborazione critica e autonoma dei concetti fondamentali appresi.
3. Acquisite la capacità di calcolo sulla base di esercizi e problemi svolti sia sotto la direzione del docente che in autonomia.
4. Essere in grado di esporre in modo rigoroso e preciso le conoscenze teoriche acquisite e la soluzione di problemi ed esercizi.

Contenuti sintetici

I numeri reali, operazioni e loro proprietà. Funzioni elementari, proprietà e loro grafici. Successioni numeriche, limiti di successione, proprietà e tecniche di calcolo. Forme di indecisione. Confronto di infiniti. Serie numeriche, criteri di convergenza. Limiti di funzione. Continuità. La derivata, i teoremi del calcolo differenziale. Il teorema di Taylor. Funzioni primitive e integrale indefinito. Integrale di Riemann. Integrali generalizzati.

Programma esteso

Numeri reali. Numeri naturali N, l'anello degli interi relativi Z. Principio di induzione. Il campo Q dei numeri razionali: proprietà e mancanze. L'equazione $x^2 = 2$ non ha soluzioni in Q. I numeri reali R e loro rappresentazione decimale. L'asse reale, ordinamento. Intervalli. Intorni. Valore assoluto. Insieme limitato in R. Massimo e minimo. Estremo superiore, estremo inferiore di un insieme di numeri reali. I numeri reali come campo ordinato, completo. Radici, potenze e logaritmi.

Funzioni reali di una variabile reale. Definizione. Dominio e immagine. Grafico di una funzione. Funzioni elementari: potenze, esponenziali, funzioni logaritmiche. La successione come una funzione definita in N. Funzione limitata. Massimo, minimo, estremo superiore, inferiore di una funzione. Proprietà di una funzione reale: iniettiva, suriettiva, bijettiva, crescente, decrescente, monotona, convessa, concava, pari, dispari. Estremanti, punti di minimo assoluto o relativo. Riconoscimento delle definizioni date dalla lettura del grafico. Funzione composta, funzione inversa. Funzioni periodiche, funzioni trigonometriche e loro inverse. Risoluzione delle disequazioni mediante inversione delle funzioni iniettive e monotone.

Numeri complessi. Il campo C dei numeri complessi: forma algebrica, operazioni, uguaglianza. Rappresentazione nel piano complesso. Coordinate polari, modulo e argomento, forma trigonometrica ed esponenziale. Formula delle radici n-esime di un numero complesso (soluzioni in C dell'equazione z? = w). Il teorema fondamentale dell'algebra.

Limiti. Limiti di una successione e di funzioni. Proprietà: unicità del limite , permanenza del segno , esistenza del limite per le funzioni monotone. Criterio del confronto. Operazioni con limiti, forme di indecisione. Il criterio del rapporto. Il numero di Nepero. Limiti notevoli. Simbolo di *Landau* asintotico, *o piccolo*. Ordine di un infinitesimo / infinito, rispetto ad un campione.

Serie numeriche. Successione delle somme parziali. Carattere di una serie. Serie regolare: convergente, divergente. Serie irregolare. Serie geometrica, serie armonica, armonica generalizzata. Condizione necessaria di convergenza. Serie a termini positivi: regolarità delle serie a termini positivi. Criteri di convergenza: confronto , confronto asintotico, criterio della radice e del rapporto. Serie con segni alterni e criterio di Leibniz. Convergenza semplice e assoluta.

Continuità. Funzione continua in un punto, continua su un insieme. Classificazione delle discontinuità. Operazioni tra funzioni continue, continuità della funzione composta. Proprietà delle funzioni continue in un intervallo chiuso e limitato: teorema di Weierstrass, degli zeri , di Darboux (o dei valori intermedi) . Continuità e monotonia. Continuità della funzione inversa.

Calcolo differenziale. Derivata e sua interpretazione geometrica. Equivalenza tra derivabilità e differenziabilità per funzioni di una variabile reale. Equazione della linea tangente. Punti di non-derivabilità. Continuità e derivabilità . Regole di calcolo delle derivate. Punti stazionari. Teoremi del calcolo differenziale: Fermat , Rolle , Lagrange e suoi corollari, esempi e controesempi. I teoremi di De l'Hòpital. Derivate ??di ordine superiore. Approssimazione polinomiale: formula di Taylor, resto di Peano e resto di Lagrange. Convessità e punti di flesso. Uso delle derivate di ordine superiore per stabilire la natura di un punto stazionario . Asintoti. Studio del grafico di una funzione. Funzioni primitive e integrale indefinito. Metodi elementari per la ricerca di una primitiva. Integrazione per parti, per sostituzione (cambio di variabile). Integrazione di funzioni razionali.

L'integrale di Riemann. Definizione e sue proprietà. Il teorema del valor medio integrale. Funzione integrale, integrazione e differenziazione . Il teorema fondamentale del calcolo. Integrali generalizzati, definizioni ed esempi.

Prerequisiti

Operazioni tra insiemi, unione, intersezione; appartenenza e inclusione. Operazioni e confronto tra numeri reali, ordinamento. Proprietà delle potenze. Equazioni di secondo grado. Sviluppo binomiale. Polinomi, divisione tra polinomi, radice di un polinomio, la regola di Ruffini. Scomposizione in fattori. Disequazioni di primo e secondo grado, disequazioni razionali. Coordinate cartesiane. La retta , la parabola, il cerchio. Gradi e radianti. Elementi di trigonometria. Sistemi di equazioni di primo grado.

Modalità didattica

Lezioni frontali di carattere teorico ed esercitazioni.

Materiale didattico

Libri consigliati

- Marco Bramanti, Carlo D. Pagani, Sandro *Salsa Analisi matematica 1*. Zanichelli 2008.
- Sandro Salsa, Annamaria Squellati, *Esercizi di Analisi matematica.* Zanichelli 2011.****

Di entrambi sono disponibili versioni in formato E-book

Dispense disponibili online

- A. Albanese, A. Leaci, D. Pallara, Appunti del Corso di Analisi Matematica 1
- L. De Michele, Appunti di Analisi Matematica 1

Ulteriore materiale didattico

Duarante lo svolgimento del corso, sulla piattaforma E-Learning verranno resi disponibili: le note delle lezioni; numerosi fogli di esercizi da svolgere sia sotto la supervisione dell'insegnante che da soli; altro materiale su argomenti specifici.

.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo Semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

La verifica del profitto è attraverso un esame scritto con eventuale colloquio orale. È prevista inoltre una prova *in itinere* che, se superata, esenterà da una parte della prova scritta complessiva e concorrà a determinare la votazione finale.

Esame scritto

Nella prova scritta si valuta la conoscenza dei contenuti del corso e la capacità di applicarli alla risoluzione di problemi. Si richiede inoltre la capacità di esporre le definizioni, gli enunciati dei teoremi, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte nel corso. La valutazione tiene conto dell'esattezza delle risposte, della completezza nonché della chiarezza espositiva.

In accordo, la prova scritta è composta di due parti.

ESERCIZI: risposta a quattro quesiti simili a quelli proposti durante il corso e che richiedono l’applicazione di

specifici principi o tecniche di calcolo.

DOMANDE TEORICHE: enunciato di definizioni e di teoremi o esposizione di concetti di base ed esempi presi tra quelli che sono stati illustrati durante le lezioni.

L'esame si intende superato se ha totalizzato almeno 18 punti su 30.

Prova orale (opzionale)

Si tratta di un colloquio che, partendo da una discussione dello scritto, può spaziare su diversi argomenti del corso.

Prova in itinere (opzionale)

Durante il semestre è prevista una prova parziale, che consiste nella risoluzioni di esercizi sui temi del corso trattati sino a quel momento (nessuna domanda teorica). La prova parziale è opzionale ma consigliata per almeno tre ragioni:

1. Se superata (con votazione di almeno 16 punti), consente di ottenere una riduzione degli esercizi da svolgere nella prova finale. Il voto attribuito all'esame sarà la media del voto parziale e del voto dello scritto coplessivo.
2. Permette di verificare se gli argomenti siano stati acquisiti e con che profondità.
3. È solo migliorativa nel senso che, nel caso in cui non venga superata, o nel caso in cui lo studente decida di non avvalersi del suo esito, non apporta alcuno svantaggio sull'esame finale.

Orario di ricevimento

Il ricevimento è per appuntamento

Sustainable Development Goals