UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Mathematical Methods in Modern Physics

2223-1-F4001Q087

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti le definizioni e i risultati fondamentali per un'approccio geometrico e topologico allo studio delle teorie classiche di campo, con particolare riferimento alla teoria della vorticità classica, della magnetoidrodinamica ideale e dell'idrodinamica quantistica. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a comprendere e utilizzare le principali tecniche e i metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le *abilità* utili ad applicarle per risolvere esercizi e affrontare problemi.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

- Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in teorie di campo geometriche e topologiche; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.
- Capacità: la capacità di riconoscere il ruolo dei concetti e delle tecniche geometriche e topologiche in diversi ambiti della matematica applicata (teoria della vorticità, magnetoidrodinamica ideale, fluidi quantistici) e nella modellizzazione di fenomeni fisici (dinamica del vortice, relazioni tra energia e complessità, formazione di difetti topologici, annodamenti e legami); la capacità di applicare tale bagaglio concettuale alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso, sia le loro applicazioni a situazioni specifiche, anche inerenti ad ambiti analoghi, ma differenti.

Contenuti sintetici

Il corso intende fornire gli elementi per l'applicazione di tecniche topologiche nello studio di problemi aperti nelle teorie classiche di campo.

I Parte. Richiami di teoria del potenziale di Green e Kleinert, flussi fluidi e diffeomorfismi, teoremi di conservazione,

equazioni di Eulero, leggi di conservazione di Helmholtz, equazioni di Navier-Stokes, magnetoidrodinamica ideale, elicità magnetica.

II Parte. Elementi di teoria dei nodi, numero di legame e di autolegame, interpretazione topologica dell'elicita' magnetica, decomposizione geometrica, rilassamento magnetico, equazione di Gross-Pitaevskii, difetti topologici in condensati, cambio di topologia mediante processi di riconnessione.

Programma esteso

Il programma si articola su una prima parte di carattere generale e su una seconda parte dedicata ad argomenti specifici di carattere più avanzato.

I Parte. Richiami di teoria del potenziale di Green e di Kleinert, identità fondamentali, correzione di Kelvin per domini moltiplicemente connessi, flussi fluidi e diffeomorfismi, teorema cinetico del trasporto, teoremi di conservazione, decomposizione del moto fluido, equazioni di Eulero, equazione del trasporto della vorticita', leggi di conservazione di Helmholtz, legge di Biot-Savart, equazioni di Navier-Stokes, dissipazione di energia, soluzione stazionaria di Burgers, equazioni di Maxwell, magnetoidrodinamica ideale, elicita' magnetica, analogie perfetta con i flussi di Eulero.

II Parte. Elementi di teoria dei nodi, interpretazione idrodinamica delle mosse di Reidemeister, configurazione inflessionale ed energia di torsione, numero di legame e autolegame, derivazione del numero di legame dall'elicita' magnetica, elicità di avvolgimento e contorsione, rilassamento di nodi magnetici, spettri di stati fondamentali d'energia, interpretazione idrodinamica dell'equazione di Gross-Pitaevskii, difetti topologici in condensati, leggi di conservazione, cambio di topologia di tubi di flusso e superfici fisiche mediante processi di riconnessione, invarianti polinomiali di nodi, misure di complessità topologica.

Prerequisiti

Elementi di geometria differenziale delle curve e delle superfici nello spazio tridimensionale, elementi di meccanica dei sistemi continui, operatori differenziali della fisica matematica e leggi di bilancio in fisica.

Modalità didattica

Lezioni tenute in lingua inglese alla lavagna supportate da dispense (in inglese) distribuite dal docente.

Materiale didattico

Note del docente (in inglese) distribuite durante il corso.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale (in italiano o inglese) con 4 domande estratte da una lista di domande resa nota agli studenti a fine corso. Le soluzioni devono riprodurre il materiale presentato durante il corso, incluse prove dettagliate dei teoremi e asserti dimostrati, completi di calcoli espliciti. Il voto finale è espresso in 30esimi.

Nella prova orale viene valutata la *abilità* operativa di risolvere i temi proposti utilizzando le *conoscenze* acquisite e le *competenze* necessarie a proporre gli argomenti svolti a lezione.

Orario di ricevimento

Su appuntamento da concordarsi col docente tramite contatto email: renzo.ricca@unimib.it.

Sustainable Development Goals