

## SYLLABUS DEL CORSO

### Metodi Matematici per la Fisica Moderna

2223-1-F4001Q087

---

#### Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti le definizioni e i risultati fondamentali per un'approccio geometrico e topologico allo studio delle teorie classiche di campo, con particolare riferimento alla teoria della vorticità classica, della magnetoidrodinamica ideale e dell'idrodinamica quantistica. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a comprendere e utilizzare le principali tecniche e i metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le *abilità* utili ad applicarle per risolvere esercizi e affrontare problemi.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

- **Conoscenze:** la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in teorie di campo geometriche e topologiche; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.
- **Capacità:** la capacità di riconoscere il ruolo dei concetti e delle tecniche geometriche e topologiche in diversi ambiti della matematica applicata (teoria della vorticità, magnetoidrodinamica ideale, fluidi quantistici) e nella modellizzazione di fenomeni fisici (dinamica del vortice, relazioni tra energia e complessità, formazione di difetti topologici, annodamenti e legami); la capacità di applicare tale bagaglio concettuale alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso, sia le loro applicazioni a situazioni specifiche, anche inerenti ad ambiti analoghi, ma differenti.

#### Contenuti sintetici

Il corso intende fornire gli elementi per l'applicazione di tecniche topologiche nello studio di problemi aperti nelle teorie classiche di campo.

I Parte. Richiami di teoria del potenziale di Green e Kleinert, flussi fluidi e diffeomorfismi, teoremi di conservazione,

equazioni di Eulero, leggi di conservazione di Helmholtz, equazioni di Navier-Stokes, magnetoidrodinamica ideale, elicità magnetica.

Il Parte. Elementi di teoria dei nodi, numero di legame e di autolegame, interpretazione topologica dell'elicità magnetica, decomposizione geometrica, rilassamento magnetico, equazione di Gross-Pitaevskii, difetti topologici in condensati, cambio di topologia mediante processi di riconnessione.

## **Programma esteso**

Il programma si articola su una prima parte di carattere generale e su una seconda parte dedicata ad argomenti specifici di carattere più avanzato.

I Parte. Richiami di teoria del potenziale di Green e di Kleinert, identità fondamentali, correzione di Kelvin per domini moltiplicemente connessi, flussi fluidi e diffeomorfismi, teorema cinetico del trasporto, teoremi di conservazione, decomposizione del moto fluido, equazioni di Eulero, equazione del trasporto della vorticità, leggi di conservazione di Helmholtz, legge di Biot-Savart, equazioni di Navier-Stokes, dissipazione di energia, soluzione stazionaria di Burgers, equazioni di Maxwell, magnetoidrodinamica ideale, elicità magnetica, analogie perfetta con i flussi di Eulero.

Il Parte. Elementi di teoria dei nodi, interpretazione idrodinamica delle mosse di Reidemeister, configurazione inflessionale ed energia di torsione, numero di legame e autolegame, derivazione del numero di legame dall'elicità magnetica, elicità di avvolgimento e contorsione, rilassamento di nodi magnetici, spettri di stati fondamentali d'energia, interpretazione idrodinamica dell'equazione di Gross-Pitaevskii, difetti topologici in condensati, leggi di conservazione, cambio di topologia di tubi di flusso e superfici fisiche mediante processi di riconnessione, invarianti polinomiali di nodi, misure di complessità topologica.

## **Prerequisiti**

Elementi di geometria differenziale delle curve e delle superfici nello spazio tridimensionale, elementi di meccanica dei sistemi continui, operatori differenziali della fisica matematica e leggi di bilancio in fisica.

## **Modalità didattica**

Lezioni tenute in lingua inglese alla lavagna supportate da dispense (in inglese) distribuite dal docente.

## **Materiale didattico**

Note del docente (in inglese) distribuite durante il corso.

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Il semestre.

### **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

Esame orale (in italiano o inglese) con 4 domande estratte da una lista di domande resa nota agli studenti a fine corso. Le soluzioni devono riprodurre il materiale presentato durante il corso, incluse prove dettagliate dei teoremi e asserti dimostrati, completi di calcoli espliciti. Il voto finale è espresso in 30esimi.

Nella prova orale viene valutata la *abilità* operativa di risolvere i temi proposti utilizzando le *conoscenze* acquisite e le *competenze* necessarie a proporre gli argomenti svolti a lezione.

### **Orario di ricevimento**

Su appuntamento da concordarsi col docente tramite contatto email: [renzo.ricca@unimib.it](mailto:renzo.ricca@unimib.it).

### **Sustainable Development Goals**

---