UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Differential Topology

2223-1-F4001Q111

Obiettivi

L' insegnamento ha lo scopo di proseguire ed approfondire il percorso in geometria della Laurea Triennale. Non è propedeutico agli altri insegnamenti di Geometria, che possono comunque essere scelti indipendentemente, ma ha la finalità di unificare e collegare le altre tematiche.

La topologia differenziale indaga l'interazione tra la struttura differenziale e le proprietà topologiche delle varietà differenziali. Costituisce una base naturale per affrontare anche tematiche più astratte e generali in Topologia Algebrica. Le tecniche legate all'ambito differenziale forniscono inoltre un approccio concreto ed esplicito alla teoria dell'intersezione.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in topologia differenziale; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.

Capacità: la capacità di applicare le tecniche e i concetti sviluppati alla discussione di esempi notevoli e alla soluzione di semplici esercizi, nonché di esporre in modo organico, con limpidezza e precisione, i risultati teorici appresi.

Contenuti sintetici

Trasversalità e teoria dell'intersezione. Teoria di De Rham su varietà differenziali.

Programma esteso

- Applicazioni trasverse ad una sottovarietà liscia, intersezione di varietà trasverse.
- Trasversalità per varietà a bordo.
- Applicazioni: classificazione della varietà lisce di dimensione 1 e Teorema del punto fisso di Brower.
- Teoremi di trasversalità e proprietà di genericità.
- Indice di intersezione modulo 2 e grado di una mappa modulo 2.
- Teoria dell'intersezione per varietà orientate.
- Numeri di intersezione per varietà orientate: teoria del grado.
- Coomologia di de Rahm.
- Dualità di Poincaré su una varietà orientata.
- Classe di Eulero, numero di Eulero e caratteristica di Eulero.

Prerequisiti

Sono presupposti: i contenuti di base dei corsi di Analisi, Geometria e Algebra Lineare del biennio della Laurea Triennale in Matematica; le nozioni di base sulle varietà differenziali e sulle forme differenziali, come introdotte nei corsi di Geometria II e III. Verrà fatto comunque un breve riepilogo quando necessario.

Modalità didattica

L' insegnamento si svolge mediante lezioni frontali alla lavagna.

Materiale didattico

Testi di riferimento:

R. Bott e L. Tu, Differential Forms in Algebraic Topology, Springer-Verlag

V. Guillemin, P. Haine, Differential forms, World Scientific Publishing Co.

V. Guillemin e A. Pollack, Differential Topology, Prentice Hall

J.W. Milnor, Topology from the Differentiable Point of View; University Press of Virginia.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste di una prova scritta seguita da una discussione orale della prova finalizzate alla valutazione della conoscenza, della comprensione e delle capacità che costituiscono gli obiettivi formativi dell'insegnamento.
La prova scritta si divide in due parti: nella prima vengono proposti quesiti di carattere teorico (definizioni, enunciati e dimostrazioni dei risultati discussi a lezione), nella seconda invece quesiti di applicazione della teoria (risoluzione di esercizi, costruzione di esempi o controesempi). Le due parti concorrono in equal misura alla determinazione del punteggio finale. La valutazione terrà conto dell'esattezza delle risposte, della chiarezza espositiva, della completezza, del rigore e della proprietà del linguaggio matematico utilizzato. L'esame è superato se si ottiene una valutazione di almeno 18/30.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ