



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## COURSE SYLLABUS

### Basic Calculus - 1

2223-1-E1802M115-E1802M108M-T1

---

#### Obiettivi formativi

Il corso intende dare allo studente gli strumenti matematici di base per la comprensione di semplici modelli matematici in economia. Nello specifico l'obiettivo del corso è quello di insegnare allo studente l'analisi di funzioni di variabili reali, con cenni al calcolo in due variabili.

#### Contenuti sintetici

Funzioni reali di variabili reali.

#### Programma esteso

UNITA' 1 - Funzioni reali di una variabile reale:

Insiemi  $N, Z, Q, R$ . Insieme superiormente/inferiormente limitato; intervalli; estremo superiore/inferiore/massimo/minimo di un insieme.

Definizione di funzione e di successione; calcolo del campo di esistenza; definizione di immagine, insieme immagine, controimmagine, insieme

controimmagine, grafico; uso dell'espressione analitica di una funzione e di una successione. Uso del grafico di una funzione; funzione iniettiva, suriettiva,

biiettiva; funzioni inferiormente/superiormente limitate; estremo inferiore/superiore di una funzione; minimo/massimo, punto di

minimo/massimo di una funzione; funzione pari/dispari; monotonia di una funzione e di una successione.

Operazioni con funzioni, composizione,

inversione. Trasformazioni semplici di grafici. Traslazioni orizzontali/verticali, riflessioni orizzontali/verticali; riflessioni parziali

orizzontali/verticali; riscalamenti. Trasformazioni composte di grafici.

#### UNITA' 2 - Limiti:

Retta reale estesa e intorno; definizione di punto interno, esterno, di frontiera, isolato, di accumulazione; definizione di limite di funzioni e successioni; limite destro/sinistro, limite per eccesso/per difetto; lettura di limiti dal grafico. Teorema di unicità del limite

(con dim.), teorema di permanenza del segno (con dim.), teorema del confronto (con dim.). Calcolo di limiti per funzioni e successioni.

Continuità. Algebra in  $\mathbb{R}$  esteso, forme determinate, limiti di funzioni esponenziali, logaritmiche, arcotangente. Forme indeterminate, tecniche per risolvere alcune forme indeterminate (funzioni razionali/irrazionali). Equivalenza asintotica e proprietà. Ordini di infinito, gerarchie di infiniti. Funzione trascurabile (o-piccolo). Limiti notevoli e relative equivalenze asintotiche. Forme indeterminate di tipo esponenziale e tecniche di soluzione. Ordini di infinitesimo, gerarchia degli infinitesimi, o-piccoli. Continuità (da destra/sinistra) e discontinuità. Classificazione delle discontinuità. Riconoscimento delle discontinuità dal grafico e dall'espressione analitica. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Teorema di Weierstrass con controesempi, teorema dei valori intermedi con controesempi, teorema degli zeri con controesempi.

#### UNITA' 3 - Derivate:

Rapporto incrementale e derivata di una funzione in un punto; funzione derivata; derivate di funzioni elementari; calcolo di derivate. Equazione della retta tangente; legame continuità-derivabilità, punto di flesso a tangente verticale, di cuspidi, angoloso. Regola di de L'Hopital; Teorema di Rolle (con dim.) e controesempi; Teorema di Lagrange (con dim.) e controesempi; Derivata della funzione inversa. Test di monotonia (con dim.) e controesempi; definizione di estremi relativi; punto stazionario; Teorema di Fermat (con dim.); definizione di punto critico; Test della derivata prima per estremi interni. Studio della monotonia di una successione. Criterio delle derivate successive;

Test della derivata prima per estremi alla frontiera; definizione di funzione concava/convessa;

Test del primo ordine per la concavità; Test del secondo ordine per la concavità; definizione di punto di flesso.

Polinomi di Taylor e McLaurin; Resto di Peano; uso del polinomio di Taylor per il calcolo di limiti.

#### UNITA' 4 - Studio completo di funzione e funzioni a due variabili:

Schema generale per lo studio di funzione. Domini analitici e grafici per funzioni reali di due variabili reali; curve di livello; derivate parziali, gradiente, punti stazionari

## Prerequisiti

Teoria degli insiemi. Potenze, logaritmi, esponenziali e loro proprietà.

Disequazioni di primo e secondo grado, disequazioni razionali, disequazioni logaritmiche ed esponenziali.

Equazioni cartesiane della retta, della circonferenza, della parabola, equazione della retta passante per due punti.

Cenni di trigonometria.

## Metodi didattici

L'attività didattica si svolgerà in presenza. La modalità didattica sarà comunque consistente con quanto indicato dall'Ateneo, adeguatamente modificata in itinere a seconda delle indicazioni dell'Ateneo nel caso le condizioni epidemiologiche lo richiedessero. La modalità didattica sarà coerente con le indicazioni dell'Ateneo sia per quanto riguarda le lezioni, sia per le esercitazioni sia per gli incontri di tutoraggio in preparazione all'esame.

## **Modalità di verifica dell'apprendimento**

Modalità di verifica dell'apprendimento

Esame scritto con 5 esercizi e 3 domande di teoria. Lo schema degli esercizi è il seguente:

Esercizio 1: Trasformazioni di grafici di funzioni elementari;

Esercizio 2: Limiti;

Esercizio 3: Vario;

Esercizio 4: Funzioni a due variabili;

Esercizio 5: Studio completo di funzione.

La prova scritta valuta la correttezza formale dei passaggi, l'adeguatezza del linguaggio matematico adottato, le competenze e le conoscenze acquisite durante il corso.

Una volta superato l'esame scritto, il professore o lo studente possono richiedere un esame orale integrativo. L'orale verte su tutto il programma del corso e può contribuire sia in maniera positiva sia in maniera negativa al voto finale.

Il corso non prevede il frazionamento dell'esame in prove intermedie.

## **Testi di riferimento**

Slides del corso e materiale didattico fornito sulla piattaforma di elearning

Libri di testo

Torriero, A., Scovenna M., Scaglianti, L.: Manuale di matematica. Metodi e applicazioni. CEDAM

Scovenna, M., Grassi, R.: Matematica – Esercizi e temi d'esame. CEDAM.

Ulteriori testi a cui far eventuale riferimento

Guerraggio, A. (2009): Matematica. Prentice Hall, seconda edizione.

Monti, G., Pini, R.: Lezioni di matematica generale: funzioni reali di variabile reale, L.E.D.

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Primo semestre, primo anno.

## **Lingua di insegnamento**

Italiano

## **Sustainable Development Goals**

---