UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Mathematical Statistics

2324-3-E3501Q062

Obiettivi

Conoscere e comprendere gli strumenti di base della statistica inferenziale.

Essere in grado di applicare tali conoscenze a situazioni in cui si ha un campione di osservazioni, al fine di fornire, dopo una opportuna scelta del modello aleatorio, stime su parametri incogniti e opinioni motivate sulle proprietà di tali parametri.

Contenuti sintetici

Modelli statistici. Statistica inferenziale: stimatori, intervalli di confidenza, test d'ipotesi.

Programma esteso

Il programma è uguale per frequentanti e non frequentanti.

Introduzione alla statistica

1. Popolazione obiettivo, campione casuale. Problema del campionamento. Statistica. Densità dipendenti da parametri incogniti.

Stime puntuali di parametri

1. Stimatore, stimatore non distorto, errore quadratico medio, consistenza in media quadratica, condizione necessaria e sufficiente per la consistenza in media quadratica di una successione di stimatori.

2. Stimatori per i momenti di una VA: momenti campionari. Media campionaria.
3. Stimatore non distorto della varianza: varianza campionaria.
4. Metodo dei momenti per la costruzione di stimatori.
5. Funzione di verosimiglianza. Stimatore di massima verosimiglianza.
6. Stimatore UMVUE; limite inferiore della varianza (disuguaglianza di Cramér-Rao).
7. Proprietà di invarianza degli stimatori di massima verosimiglianza. Proprietà asintotiche degli stimatori di massima verosimiglianza.
8. Campionamento da v.a. Normali: legge della media campionaria. Legge del quadrato di una Normale(0,1): legge chi quadro a 1 grado di libertà. Legge della somma dei quadrati di normali standard indipendenti: legge chi quadro a k gradi di libertà. Legge della varianza campionaria di un campione normale. Legge t di Student.

Stime intervallari

1. Intervalli di confidenza: definizione, livello di confidenza.
2. Intervalli per la media di popolazione normale (varianza nota o incognita).
3. Intervalli per la varianza di popolazione normale (media nota o incognita).
4. Quantità pivotale e suo utilizzo per il calcolo di intervalli di confidenza.
5. Intervalli di confidenza per grandi campioni (in particolare per frequenze ovvero parametri di Bernoulli).
6. Quantità pivotale per campioni provenienti da legge assolutamente continua.

Test d'ipotesi

1. Test per un'ipotesi statistica; test non casualizzato e regione critica. Livello di significatività, p-value. Test uniformemente più potente di livello fissato.
2. Test per una media di popolazione normale (varianza nota oppure ignota).
3. Test per la varianza di una popolazione normale (media nota o ignota).
4. Test per differenza di medie per popolazioni normali.
5. Confronto fra intervalli e test.
6. Test su una frequenza e su due frequenze (campione numeroso).
7. Test del rapporto di verosimiglianza semplice e generalizzato. Teorema di Neyman-Pearson.
8. Test chi quadrato di Pearson per l'adattamento (con o senza parametri stimati).
9. Test chi quadrato di Pearson per l'indipendenza.

Regressione lineare

1. Regressione lineare semplice e multipla: definizione, interpretazione, test.

Prerequisiti

Analisi matematica I e II, in particolare calcolo integrale.

Probabilità di base: leggi di variabili aleatorie discrete e continue. Valore atteso e varianza. Legge di funzioni di variabili aleatorie. Indipendenza. Convergenza di successioni di variabili aleatorie.

Modalità didattica

La modalità didattica consiste di lezioni ed esercizi in aula.

In ogni caso gli studenti sono invitati ad esercitarsi a casa con gli esercizi che vengono forniti tramite la piattaforma elearning (alcuni dei quali vengono proposti a lezione e che fanno da modello per gli esercizi richiesti in sede d'esame).

Materiale didattico

Libro di testo:

Introduzione alla statistica di A.M.Mood, F.A.Graybill, D.C.Boes, 1991, McGraw-Hill Italia,ISBN: 9788838606618

Altro materiale: slide delle lezioni e degli esercizi su elearning.unimib.it

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto con:

1. domande a scelta multipla (sui concetti teorici descritti nel corso)
2. domande a risposta aperta (sui concetti teorici descritti nel corso, ivi comprese le richieste di enunciare una definizione e/o enunciare e dimostrare teoremi)
3. esercizi scritti: applicazione dei concetti teorici e di tecniche analoghe agli esercizi proposti a lezione e per casa.

La composizione dello scritto può variare nelle proporzioni delle tre parti da un appello all'altro, rimanendo comunque tutte e tre sempre rappresentate.
Per le parti 1. e 2. non è consentito tenere materiale didattico, mentre per la parte 3. è consentito l'utilizzo di un formulario autoprodotto scritto su un foglio A4 (fronte e retro), oltre che delle tavole statistiche di normale, Student e chi quadro.
Lo scritto ha di norma una durata da un minimo di 1h30' a un massimo di 2h20' (in dipendenza dalla lunghezza dei quesiti). Nelle domande a risposta multipla è valutata la capacità di discernere risposte corrette da risposte errate, nonché la capacità di discernere se e quando certe proprietà degli oggetti studiati siano valide oppure no. Nel resto dell'esame scritto sono valutate l'esattezza delle risposte, la chiarezza espositiva, la completezza delle stesse. Si valuta anche la capacità di argomentare e discernere quando certi metodi di inferenza statistica sono più appropriati e quando invece costituiscono solo un metodo approssimativo. Le parti 1. e 2. contribuiscono complessivamente per 1/3 del punteggio finale mentre la parte 3. ha un peso di 2/3.

Alcune domande di teoria sono inserite nella prova scritta e l'orale è a richiesta del docente e/o dello studente ed è un colloquio sullo scritto, sugli argomenti svolti a lezione ed eventualmente di approfondimento sulla parte della regressione lineare. Nell'orale sono valutate le stesse qualità delle risposte che sono valutate nello scritto. Gli studenti con votazione insufficiente ma maggiore o uguale a 16/30 nello scritto possono richiedere di sostenere l'orale, così come tutti gli altri studenti con votazione sufficiente. In caso di sostenimento della prova orale, il peso dello scritto è di 3/4 e quello dell'orale di 1/4. Di norma i voti sufficienti (compreso il massimo dei voti) possono essere confermati senza prova orale, fermo restando la facoltà del docente di chiedere una prova orale in tutte le

situazioni in cui ravvisi la necessità di chiarimenti riguardo alla prova scritta.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame, calendarizzati dal corso di laurea (solitamente nei mesi di giugno, luglio, settembre, novembre e gennaio/febbraio, oppure giugno, luglio, settembre, gennaio e febbraio).
Sono previste due prove in itinere: la prima a metà corso e la seconda in concomitanza del primo appello. Modalità e valutazione delle prove in itinere sono identiche a quelle degli esami (con la differenza che una verte sulla prima metà del programma e l'altra verte sulla seconda metà). Sono ammessi alla seconda prova in itinere gli studenti che hanno una valutazione di almeno 14/30 nella prima. Il voto proposto è la media aritmetica dei voti riportati nelle due prove in itinere.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals