UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Analisi Matematica II

2324-2-E3501Q008

Obiettivi

Corso base sul calcolo differenziale in più variabili, equazioni differenziali ordinarie, rudimenti di calcolo integrale in più variabili.

I risultati di apprendimento attesi includono

- Conoscenze: acquisire la nozione di spazio di Banach avendo in mente alcuni esempi classici: le funzioni continue/limitate su un intervallo chiuso e limitato. Comprensione delle definizioni e risultati principali del calcolo differenziale in più variabili e della teoria delle equazioni differenziali ordinarie
- Capacità: acquisire le principali tecniche di integrazione per funzioni di più variabili in domini delimitati da curve regolari nonché la capacità di applicare le conoscenze astratte suindicate ai problemi concreti.

Contenuti sintetici

Spazi metrici e spazi normati:esempi. Successioni e serie di funzioni. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili: derivate direzionali, differenziale, matrice Hessiana, estremi liberi. Integrali multipli secondo Riemann e relative formule di riduzione: teorema di Fubini. Formula di cambiamento di variabili: coordinate polari, sferiche e cilindriche. Equazioni differenziali ordinarie: teoremi di esistenza, unicità e dipendenza continua dai dati. Funzioni definite implicitamente; massimi e minimi vincolati.

Programma esteso

1. Calcolo differenziale in più variabili

- Derivate direzionali. Funzioni differenziabili. Legame tra le derivate direzionali nel caso di funzioni differenziabili. Legami tra continuità e derivabilità e differenziabilità. Derivate di ordine successivo. Derivate di funzioni composte.
- Massimi e minimi in insiemi aperti: condizione necessaria per funzioni differenziabili e curve di livello.
- Matrici definite/semidefinite positive e relativi criteri Matrice Hessiana. Formula di Taylor arrestata al secondo ordine. Funzioni convesse e relativo criterio per il riconoscimento dei loro estremanti.
- Riconoscimento dei massimi e minimi mediante la matrice Hessiana.

2. Calcolo integrale in piu' variabili

- Integrale di Riemann di una funzione di più variabili a valori reali.
- Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan: condizione necessaria e sufficiente per la misurabilità nel caso di insiemi limitati. Esempi di insiemi misurabili e non.
- Metodo di riduzione (Teorema di Fubini) per gli integrali multipli. Baricentro di un insieme misurabile bidimensionale. Volume dei solidi.
- Cambio di variabili negli integrali doppi e tripli (*): coordinate polari, sferiche e cilindriche. Volume dei solidi di rotazione: Teorema di Guldino.
- Integrali impropri.

3. Curve e superfici

- Curve regolari/ regolari a tratti/ chiuse /semplici in Rn. Lunghezza di una curva: definizioni equivalenti e indipendenza dalla parametrizzazione (non è richiesta la dimostrazione del Teorema 15.4 del libro di Giusti). Ascissa curvilinea.
- Teorema delle funzioni implicite (Dini) nel caso bidimensionale. Superfici in forma cartesiana; condizioni sufficienti affinché una superficie sia localmente un grafico. Prodotto vettoriale e teorema di Dini nel caso di una funzione da R^3 in R2 (senza dimostrazione)
- Massimi e minimi in insiemi compatti: moltiplicatori di Lagrange (dimostrazione solo nel caso di un vincolo in R^2).

4. Successioni e serie di funzioni

- Spazi vettoriali normati: esempi (C[a,b], B[a,b],C?[a,b]). Spazi di Banach.
- Teorema delle contrazioni.
- Convergenza puntuale e uniforme per successioni/serie di funzioni a valori reali. Criterio di Weierstrass per le serie di funzioni. Convergenza uniforme e limitatezza/continuità delle funzione limite. Convergenza puntuale/ uniforme per funzioni derivabili/integrabili e relativi teoremi di passaggio al limite.
- Serie di potenze: raggio di convergenza. Serie di Taylor. Approssimazione di integrali mediante l'uso di serie di potenze.

5. Equazioni differenziali

- Problema di Cauchy per equazioni del primo ordine. Teorema di esistenza e unicità locale. Prolungamento delle soluzioni. Intervallo massimale di definizione e relative proprietà (*). Condizione di sublinearità. Teorema di esistenza e unicit`a globale (non è richiesta la dimostrazione nel caso sublineare).
- Equazioni di ordine n: equivalenza con un sistema del primo ordine. Sistemi lineari del primo ordine. Struttura dello spazio delle soluzioni di un sistema omogeneo del primo ordine. Soluzioni nel caso non omogeneo. Metodo di variazione delle costanti arbitrarie nel caso di un'equazione di ordine n.
- Matrice esponenziale: definizione e proprietà . Calcolo della matrice esponenziale nel caso in cui la matrice sia diagonalizzabile nel campo reale. E' richiesto il calcolo negli altri casi solo per matrici 3 x 3.
- Metodi di soluzione per alcune equazioni e sistemi particolari.

Prerequisiti

Analisi I, Algebra lineare e Geometria I

Modalità didattica

Lezioni (8cfu)+ esercitazioni (4cfu) +tutoraggio. Lezioni in Italiano

Materiale didattico

Testo di riferimento: C.Pagani; S.Salsa: Analisi Matematica 2 Ed. Zanichelli

Testi di consultazione:

Enrico Giusti: Analisi Matematica II ed. Bollati Boringhieri.

A. Bacciotti; F. Ricci: Lezioni di Analisi Matematica 2 Ed. Levrotto & Bella /Torino

C.Pagani; S.Salsa: Analisi Matematica 1 Ed. Zanichelli

Enrico Giusti: Analisi Matematica 2 vecchia edizione Bollati Boringhieri

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo Semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta e prova orale pesate 1/2 e 1/2 ciascuna del voto finale

Prova scritta:
Il voto massimo della prova scritta è 33/33.
La prova scritta consiste di domande aperte; per ciascuna di esse verranno valuate: la coerenza, con la possibilità di penalizzare affermazioni contraddittorie relative al medesimo quesito; l'acquisizione di tecniche illustrate a lezione e/o a esercitazione; la capacità di applicare i contenuti teorici del corso alla risoluzione di problemi.
Non saranno ammessi all'orale studenti con una valutazione inferiore a 16/33.

Prova orale.
La prova orale inizia con una discussione dello scritto: potrà essere chiesto di argomentare sugli esercizi svolti o di svolgere un esercizio della stessa tipologia di quelli non svolti nella prova scritta. Infine verrà chiesto di esporre gli enunciati, le dimostrazioni dei teoremi e le definizioni, eventualmente anche in forma scritta. Infine il candidato dovrà dimostrare familiarità con gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte e trattate a lezione e/o a esercitazione

Nel corso dell’anno sono previsti 5 appelli d’esame nei seguenti periodi: due distribuiti tra i mesi di gennaio e febbraio, uno a giugno, uno a luglio e uno a settembre. Ogni appello d’esame prevede prima una prova scritta e poi, in caso di superamento della prova scritta, una prova teorica/orale a pochi giorni di distanza.

Durante il periodo delle lezioni si terranno due prove scritte parziali. Ciascuna di esse ha un punteggio massimo di 33/33, verterà solo su metà del programma e sarà costituita da domande aperte. Per accedere alla seconda prova parziale sarà necessario aver riportato un punteggio non inferiore a 14/33 nella prima. Potranno accedere alle prove oarziali coloro che

1. hanno superato l'esame di Analisi I.
2. hanno l'esame di Analisi II relativo al 2023-24 nel loro piano di studi.
   Il voto finale delle prove intermedie è la media dei voti di entrambe.
   Coloro che avranno ottenuto un voto finale maggiore o uguale a 16/33 nelle prove intermedie potranno accedere direttamente ad uno degli orali di gennaio o febbraio (a loro scelta)

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

Sustainable Development Goals

PARITÁ DI GENERE