UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Teoria della Misura

2324-2-E3501Q053

Obiettivi

Gli studenti devono comprendere gli aspetti teorici e le applicazioni analitiche di base della teoria della misura e dell'integrazione. In particolare devono impadronirsi, anche in modo operativo, dei teoremi di convergenza.

Contenuti sintetici

- Problemi dell'integrale di Riemann rispetto al passaggio al limite.
- Algebre, sigma-algebre e misure. Funzioni misurabili.
- Misure esterne, premisure, teorema di estensione. Misure di Borel e Lebesgue.
- Integrazione astratta. Teoremi di convergenza
- Integrazione in più variabili. Teorema di Fubini-Tonelli. Cambio di variabili.
- Completezza di L^1.

Programma esteso

1. Integrale di Riemann (richiami). Sue limitazioni e i problemi con il passaggio al limite. Necessità di un integrale più adatto alle operazioni di limite. Una strategia e un ostacolo, l'insieme di Vitali.
2. Teoria della misura astratta. Algebre, sigma-algebre e misure. Proprietà di base ed esempi. Misure complete. La sigma-algebra di Borel. Sigma-algebra prodotto. Funzioni misurabili. Funzioni semplici. Misurabilità del limite puntuale di una successione di funzioni misurabili. Funzioni misurabili come limite puntuale di funzioni semplici.
3. Come costruire le misure "importanti". Misure esterne. Una procedura standard per costruire misure esterne. Condizione e teorema di Caratheodory. Premisure e teorema di estensione. Misure di Borel e di Lebesgue.

4. Integrazione astratta. Definizione di integrale per le funzioni non negative. Teorema di convergenza monotona, Lemma di Fatou. Integrazione delle funzioni a valori complessi. Teorema di convergenza dominata.
5. Integrazione in più variabili. Teorema di Fubini-Tonelli. Cambio di variabili.
6. Completezza di L^1.

Prerequisiti

I corsi di Analisi I e II. È utile una buona conoscenza della topologia generale e una certa familiarità con l'algebra.

Modalità didattica

Lezioni frontali.

Materiale didattico

Appunti del docente, temi d'esame e materiale didattico degli anni precedenti.

Principale testo di riferimento: Folland, Real Analysis, Wiley

Altri testi:

- Ambrosio - Da Prato - Mennucci, Introduction to Measure Theory and Integration, Edizioni della Normale.
- Rudin, Real and Complex Analysis,
- Stein - Shakarchi, Real Analysis, Measure Theory, Integration and Hilbert spaces, Princeton

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre. Marzo-Giugno 2024.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste di uno scritto di esercizi e di un orale di teoria. E' necessario superare lo scritto per essere ammessi all'orale. Durante la prova orale potrà anche essere discusso lo scritto. Non vi sono prove in itinere.

Per superare l'esame lo studente dovrà conoscere e saper usare i teoremi di convergenza, avere un quadro sufficientemente chiaro e preciso della teoria astratta della misura e dell'integrazione e delle misure di Borel e Lebesgue in una e più dimensioni. Il voto sarà tanto più alto quanto meglio lo studente saprà enunciare e dimostrare i teoremi più importanti.

La prova scritta e quella orale concorrono in uguale misura nella determinazione del voto finale.

Nel corso dell' anno accademico sono previsti sei appelli d'esame: giugno, luglio. settembre, ottobre, novembre, gennaio/febbraio.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ