

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# SYLLABUS DEL CORSO

# Advanced Foundations of Mathematics for Ai

2324-1-F9102Q001

#### Obiettivi

Il corso si propone di fornire i fondamenti matematici per gli algoritmi di ottimizzazione e di manipolazione dei dati che sono abitualmente usati nell'ambito dell'intelligenza artificiale. Vengono presentate alcune applicazioni, in modo che gli studenti siano in grado di risolvere problemi di ottimizzazione vincolata e non vincolata, analizzare i dati tramite tecniche di riduzione di dimensionalità e trasformate di Fourier, mentre la parte teorica costituirà una solida base per comprendere e padroneggiare le tecniche analoghe, più recenti, che vengono continuamente sviluppate in questo campo.

## Contenuti sintetici

Il corso consiste di una parte teorica ed una di esercitazioni. La parte teorica comincerà dal richiamare i concetti di base di agebra lineare e di calcolo vettoriale che sono richiesti, per poi coprire gli argomenti dell'ottimizzazione (in particolare, l'ottimizzazione convessa), delle tecniche di riduzione di dimensionalità e delle trasformate di Fourier. Nelle esercitazioni sono forniti esempi di problemi collegati ed applicazioni.

# Programma esteso

- Algebra lineare: autovalori, autovettori, diagonalizzazione e teorema spettrale. Matrici definite positive, decomposizione ai valori singolari.
- Trasformata e serie di Fourier: serie di Fourier per le funzioni periodiche, trasformata di Fourier di segnali continui e discreti. Definizioni e proprietà elementari, inversione e differenziazione, convoluzioni.
- Calcolo vettoriale: derivate parziali, differenziale, matrice Jacobiana, matrice Hessiana, teorema di Taylor.
- Ottimizzazione: punti critici non vincolati e caratterizzazione attraverso la matrice Hessiana, metodi di discesa del gradiente e di Newton. Teorema della funzione implicita, punti critici vincolati, moltiplicatori di

Lagrange.

- Ottimizzazione convessa: insiemi convessi, funzioni convesse. Coniugato convesso.
- Problemi di ottimizzazione convessa: definizioni, casi notevoli, dualità e condizioni di dualità forte e ottimalità.
- Tecniche di riduzione di dimensionalità lineari e nonlineari: proiettori lineari, analisi delle componenti principali, analisi delle componenti indipendenti, analisi delle componenti principali con metodo kernel.

# Prerequisiti

Fondamenti di analisi matematica: derivate, integrali, serie numeriche. Fondamenti di algebra lineare: spazi vettoriali ed applicazioni lineari, rappresentazione matriciale.

#### Modalità didattica

Lezioni ed esercitazioni. Entrambe saranno svolte in presenza, a meno che non siano imposte ulteriori restrizioni legate al COVID-19, e la presenza è caldamente raccomandata.

#### Materiale didattico

M. P. Deisenroth, A. A. Faisal, C. S. Ong, Mathematics for Machine Learning, Cambridge University Press (2020). Note fornite dal docente.

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è individuale e consiste di una parte scritta ed una orale. Nello scritto viene valutata l'abilità nell'applicare le nozioni matematiche alla soluzione di esercizi e problemi. In alternativa alla prova scritta si prevedono due prove in itinere scritte. L'esame orale si concentra, invece, sullo stabilire la conoscenza delle nozioni matematiche e sulla capacità di esprimerle in una maniera adeguata, oltre che sul determinare la comprensione dei processi deduttivi che legano gli oggetti matematici.

## Orario di ricevimento

Su appuntamento tramite email.

Ufficio: 3022, Università di Milano-Bicocca, Dipartimento di Matematica e Applicazioni, Via Roberto Cozzi 55 -

20125 Milano Edificio U5-Ratio.

Email: alberto.maiocchi@unimib.it

# **Sustainable Development Goals**

ISTRUZIONE DI QUALITÁ | IMPRESE, INNOVAZIONE E INFRASTRUTTURE | CITTÀ E COMUNITÀ SOSTENIBILI