



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## COURSE SYLLABUS

### Derivatives

2324-1-F1601M051-F1601M056M

---

#### Obiettivi formativi

- 1) Conoscere i tipi di fondamentali di strumenti derivati e comprendere i loro utilizzi e il loro significato finanziario
- 2) Comprendere il concetto di modello matematico di mercato finanziario e il suo utilizzo nella valutazione di uno strumento derivato
- 3) Conoscere nel dettaglio i modelli studiati e le derivazioni delle relative formule
- 4) Saper applicare i modelli studiati alla valutazione e alla copertura di un generico strumento derivato
- 5) Saper accedere al terminale Bloomberg e comprendere il significato delle principali funzioni legate agli equity derivatives: OMON, OVME, SKEW.

#### Contenuti sintetici

- Concetti base sulle opzioni
- Modello binomiale multiperiodale
- Modelli uniperiodali
- Modelli in tempo continuo
- Modello di Black-Scholes
- Modello di Merton

- Il metodo Montecarlo

- Le principali funzioni Bloomberg sulle opzioni: OMON, OVME, SKEW.

## Programma esteso

### Concetti base sulle opzioni

Richiami sugli strumenti derivati: contratti forward, contratti futures, opzioni call e put ed esempi di applicazioni. Concetto di payoff e di replicazione; prezzo forward e parità spot-forward. Put-call parity. Combinazioni di opzioni (spread, butterfly, strangle, straddle). Convessità del prezzo della call in funzione dello strike. Superreplicazione e subreplicazione. Vincoli di Merton. Opzioni americane e ottimalità dell'esercizio anticipato. Discussione qualitativa dei fattori che influenzano i prezzi delle opzioni.

### Modello binomiale multiperiodale

Il modello binomiale uniperiodale: derivazione della formula per il prezzo di un generico payoff.

Il modello binomiale biperiodale e il suo utilizzo per la valutazione delle opzioni americane.

Il modello binomiale multiperiodale: formula di valutazione di un generico payoff e derivazione della formula per la call europea. Scelta dei parametri  $u$  e  $d$  e volatilità storica.

### Modelli uniperiodali

Modelli uniperiodali con un numero arbitrario di titoli e di stati del mondo. Matrice dei payoff.

Replicabilità, completezza del mercato, caratterizzazione della completezza.

Definizione di opportunità di arbitraggio. Definizione del vettore dei prezzi degli stati e primo teorema fondamentale di valutazione. Secondo teorema fondamentale di valutazione.

Superreplicazione e subreplicazione come problema di programmazione lineare.

### Modelli in tempo continuo

Definizione e prime proprietà del moto browniano

Processi di Ito: definizione ed esempi (moto browniano con drift, moto browniano geometrico)

Formula di Ito: drift e volatilità di un processo trasformato

Moto browniano geometrico, richiami sulla distribuzione lognormale.

### Il modello di Black-Scholes

Ipotesi del modello. Derivazione della equazione differenziale di Black - Scholes. Soluzioni particolari, principio di sovrapposizione. Derivazione della formula di BS come valore atteso attualizzato del payoff. Prime proprietà della formula di BS. Dipendenza dai parametri e calcolo delle greeks. Approssimazione per opzioni ATM a breve scadenza. Prime estensioni del modello di BS: presenza di flussi indotti. Verifiche empiriche del modello di BS. La volatilità implicita e lo smile.

### Il modello di Vasicek

Dinamica dello short rate. Cenni sull'integrale stocastico rispetto a un moto browniano e derivazione della distribuzione dello short rate. Derivazione della struttura per scadenza dei tassi di interesse. Esempio di calibrazione.

### Il modello di Merton

Generalità sul rischio di credito. Il modello di Merton. Calcolo della probabilità neutrale al rischio di default. Derivazione analitica della curva dei tassi spread.

### Il metodo Montecarlo

Simulazione di numeri casuali. Calcolo del prezzo di uno strumento derivato con il metodo Montecarlo.

Calcolo delle greeks con il metodo Montecarlo.

Le principali funzioni Bloomberg sulle opzioni: OMON, OV, OSA, SKEW.

## Prerequisiti

Alcune delle conoscenze di Matematica, Matematica Finanziaria e Statistica richieste per l'accesso alla laurea magistrale di Economia e Finanza. In particolare:

- Matematica: funzioni elementari, limiti, derivate, integrali, convessità e concavità, vettori, matrici, operazioni tra matrici, combinazioni lineari, dipendenza e indipendenza lineare, rango di una matrice, determinante, matrice inversa, soluzione di sistemi lineari.

- Matematica finanziaria: capitalizzazione e attualizzazione, duration, concetti base sulle opzioni (che verranno comunque ripresi all'inizio del corso)

- Statistica: media, varianza, covarianza, correlazione e loro proprietà. Fondamenti di probabilità: spazio campionario, eventi, probabilità, variabili casuali. Variabili casuali discrete e continue, in particolare la binomiale, la normale, la lognormale e le loro proprietà.

## Metodi didattici

Spiegazioni basate su slides messe a disposizione degli studenti, assegnazione di esercizi di compito il cui svolgimento autonomo da parte degli studenti costituisce parte integrante del corso, discussione in aula dello svolgimento degli esercizi assegnati, utilizzo di un forum per eventuali richieste di ulteriore chiarimento.

## Modalità di verifica dell'apprendimento

Esame scritto con domande a risposta aperta, con orale facoltativo. Le domande sono di tre tipi:

1. Domande teoriche volte a verificare l'apprendimento dei concetti e dei ragionamenti spiegati a lezione, e più in generale la capacità di utilizzare in modo corretto il linguaggio tecnico della finanza matematica formando frasi dotate di senso
2. Esercizi in cui i concetti e i metodi spiegati sono applicati a casi qualitativamente identici a quelli illustrati a lezione o assegnati di compito durante il corso
3. Esercizi volti a verificare la capacità degli studenti di applicare i concetti e i metodi spiegati a situazioni leggermente diverse dai casi già svolti a lezione o assegnati di compito.  
Agli studenti che svolgeranno una serie di attività autonome facoltative sul terminale Bloomberg definite all'inizio del corso saranno assegnati punti bonus nella valutazione finale.

## Testi di riferimento

- Materiali forniti dal docente.

Per approfondimenti:

- J. Hull "Opzioni e futures"

- J. Cox, M. Rubinstein "Option markets"

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Secondo semestre

## **Lingua di insegnamento**

Italiano. Alcuni dei materiali forniti sono in inglese poiché in questo ambito è molto importante la padronanza del linguaggio disciplinare sia in italiano che in inglese.

## **Sustainable Development Goals**

---