



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Analisi Funzionale

2324-1-F4001Q075

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del corso di studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze riguardanti i fondamenti dell'Analisi Funzionale. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e i metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le abilità utili ad applicarle per affrontare problemi in diversi ambiti della matematica. Particolare enfasi verrà posta sulla risoluzione di problemi.

Contenuti sintetici

Spazi localmente compatti di Hausdorff. Spazi di funzioni continue. Spazi L^p . Compattezza in C^k e in L^p . Topologia deboli e debole* (debole stella). Compattezza nelle topologie deboli. Teoremi di rappresentazione di Riesz.

Programma esteso

Spazi metrici, spazi vettoriali normati, compattezza della bolla chiusa e dimensione.

Spazi di funzioni continue. Lemma di Urysohn e cut-offs. Il Teorema di Stone-Weierstrass: densità e separabilità. Compattezza negli spazi di funzioni continue: il Teorema di Ascoli-Arzelà.

Spazi L^p e loro proprietà basilari. Il Teorema di Lusin: densità e separabilità. Compattezza negli spazi L^p : il Teorema di Kolmogorov-Riesz. L'embedding canonico di Frechet-Kuratowski per spazi metrici separabili e non separabili.

Funzionali lineari e topologia debole su uno spazio normato. Funzionali subadditivi positivamente omogenei. Forma

generale del Teorema di Hahn-Banach. Convessità e separazione mediante iperpiani. Il Teorema di Mazur: chiusura debole e forte di insiemi convessi.

Topologia debole* (debole stella). Biduale ed embedding di James. Il Teorema di Banach-Alaoglu: compattezza debole* della palla chiusa nel duale.

Spazi riflessivi. Riflessività negli spazi L^p . Uniforme convessità e riflessività. Convergenza forte e debole in spazi uniformemente convessi. I teoremi di Kakutani e di Eberlein-Smulyan: compattezza debole della palla chiusa e riflessività. Compattezza per successioni nella topologia debole*.

Spazi vettoriali topologici localmente convessi: definizione e proprietà elementari. Involucro convesso e punti estremali: il teorema di Krein-Milman.

Misure con segno. Il teorema di Radon-Nikodym. Dualità negli spazi di funzioni continue: il Teorema di Rappresentazione di Riesz.

Prerequisiti

Elementi di teoria dell'integrazione astratta, elementi di teoria degli spazi L^p , elementi di topologia generale. Conoscenze di base sugli spazi di Banach e sugli spazi di Hilbert. Abilità di problem-solving di base.

Modalità didattica

Le lezioni frontali sono organizzate per introdurre i principali concetti teorici, presentare le principali idee nella dimostrazione dei teoremi e analizzare esplicitamente esempi/problemi. Durante il corso saranno assegnati anche degli esercizi da svolgere in autonomia con lo scopo di allenare le proprie capacità di problem solving, e di approfondire qualche aspetto della teoria.

Il corso è previsto in lingua italiana, anche se ovviamente qualche termine inglese verrà utilizzato. Il corso potrebbe essere tenuto in lingua inglese in presenza di studenti che non parlano italiano.

Materiale didattico

Referenze bibliografiche

- H. Brezis. Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Universitext. Springer, New York, 2011
- G.B. Folland. Real analysis. Modern techniques and their applications. A Wiley-Interscience Publication. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1999.
- W. Rudin. Real and complex analysis. McGraw-Hill Book Co., New York, third edition, 1987
- T. Bühler and D. A. Salamon. Functional analysis. Graduate Studies in Mathematics, volume 191. AMS, Providence, RI, 2018

Ulteriore materiale

Sulla pagina E-Learning del corso verranno distribuiti i seguenti documenti:

- Alcune note del corso, o collegamenti a materiale online
- Esercizi e problemi.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame sarà scritto, con orale facoltativo. Non sono previste prove in itinere. La parte scritta consisterà nella risoluzione di esercizi/problemi, con lo scopo di testare la comprensione degli studenti sul programma del corso e le loro abilità di problem-solving.

L'orale è facoltativo (a richiesta dello studente o del docente), e consisterà in un colloquio sullo scritto e nella risoluzione di ulteriori esercizi/problemi. Senza l'esame orale non è possibile verbalizzare un voto maggiore o uguale al 28.

Orario di ricevimento

Su appuntamento (da concordare via e-mail).

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÀ
