UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

# COURSE SYLLABUS

## Numerical Linear Algebra

**2324-1-F4001Q119**

### Obiettivi

Gli **obiettivi principali** del corso sono:

- Fornire **conoscenze** della SVD, gli algoritmi per il suo calcolo e le sue multiple applicazioni.
- Fornire **conoscenze** dei metodi numerici per la risoluzione di probleimi matriciale (tra cui: sistemi lineari, calcolo autovalori e altri)
- Fornire **conoscenze** della costruzione e analisi di algoritmi randomizzati
- Capacita di **implementare** in modo **efficiente** i diversi algoritmi. Capacita di **interpretare** e **analizzare i risoltati numerici**

### Contenuti sintetici

Il corso inizia studiando gli algoritmi basilari per la risoluzione di problemi che coinvolgono le matrici (tra cui: sistemi lineari, calcolo autovalori e altri). La decomposizione a valori singolari

Nella ultima parte del corso verranno introdotte delle tecniche basilari per costruzione e analisis di algoritmi randomizzati.

Gli argomenti verrano coperti dal punto di vista matematico, studiando come costruire e analizzare esplorando le sue proprietà e validando gli algoritmi in problemi concreti.

## Programma esteso

0- Introduction. Recap on Linear Algebra concepts and basic matrix decompositions.
1- SVD and its properties. Applications of SVD. Truncated SVD
2- Direct methods for linear systems and least-squares problems
3- Stability. Perturbation Theory. Backward Stability & error analysis
4- Direct methods for eigenvalue problems

5- Krylov subspace methods (for eigenvalue problems and linear systems)

6- Randomised algorithms (for linear systems & least squares)

7- Other Applications of SVD. Clustering and Nonnegative Matrix Factorization. Further Applications in Data Mining and Pattern recognition.

## Prerequisiti

Si assumono buone conoscenze di Analisi e di Algebra Lineare.
Si assumono conoscenze di Analisi Numerico di Base. Buona conoscenze di MATLAB
*Auspicabile:* buone conoscenze di base di probabilita

## Modalità didattica

Lezioni frontali e nel laboratorio.
MATLAB verra usato per gli esempi, esercizi, e progetti.

Si offrira la possibilita (opzionale!) di usare "flipped classroom" (o inverse-blended teaching) per alcuni argomenti del corso, per gli studenti che vogliano aderire.

## Materiale didattico

Verrano distribuite slides del corso e alcune note/dispense per diversi argomenti

Bibliografia :

-Lars Elden, Matrix Methods in Data Mining and Pattern Recognition, SIAM (2019)
-N. J. Higham, : Accuracy and Stability of Algorithms, SIAM (2002)
-Horn and Johnson: Matrix Analysis (2012)
-D. S. Watkins, Fundamentals of Matrix Computation, Wiley, (2002)
-D. S. Watkins, The Matrix Eigenvalue Problem: GR and Krylov Subspace Methods, SIAM (2007)
-J. Demmel: Applied Numerical Linear Algebra (1997)
-Per-Gunnar Martinsson &J. Tropp, Randomized Numerical Linear Algebra: Foundations & Algorithms (2021)
-G. Strang, Linear Algebra and Learning from Data, SIAM, (2019)
-G. Strang, Linear Algebra for Everyone, Cambridge (2020)

-Golub-Van Loan : Matrix Computations (2012)

-Trefethen-Bau: Numerical Linear Algebra (1997) (also 2022)

## Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

## Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste di due parti:
--lo sviluppo di un elaborato che riassume un piccolo progetto a scelta e
--una piccola prova finale (orale o scritta) individuale.

Ogni parte verrà valutata indipendentemente e concorrerà in egual misura alla determinazione del voto complessivo finale (sempre che entrambi voti siano maggiore o uguale a 18). Per sostenere la prova finale individuale e necessario ottenere un punteggio maggiore o uguale a 18 sull'progetto. Il voto finale, espresso in trentesimi con eventuale lode, e' dato dalla media delle due prove (sempre che entrambi voti siano maggiore o uguale a 18).

**Gli studenti che parteciperanno nella "didattica invertita" (flipped classroom) avranno anche il voto extra della loro esposizione.**

Nel progetto si valuta la conoscenza degli algoritmi sviluppati durante il corso richiedendo la scrittura di alcuni programmi in MATLAB per la risoluzione di problemi matriciali. Viene valutato in termini di completezza, rigore, accuratezza, nonche chiarezza espositiva e capacita di analisi.

Il colloquio orale individuale e' teso ad approfondire il livello delle conoscenze acquisite; l'autonomia di analisi e giudizio; le capacità espositive dello studente. In particolare nella suddetta prova orale/scritta si richiede la capacità di esporre gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte.

Il progetto potrà essere scelto da un elenco, che verrà messo a disposizione verso la fine del corso e ha validità fino al primo appello della successiva edizione del corso.
È permesso svolgere il progetto in collaborazione con al più due altre persone (cioe, gruppi di un massimo di tre persone). Va consegnato in formato pdf e descrive i risultati ottenuti in al più 10-15 pagine; si raccomanda di scriverlo autonomamente. Deve essere consegnato, insieme ai nominativi del gruppo, tre-quattro giorni lavorativi prima della data concordata per la prova finale. Parte dell'esame verterà sul contenuto dell'elaborato, che permettera valutare la applicazione delle conoscenze acquisite.

## Orario di ricevimento

Il ricevimento e per appuntamento via email.

## Sustainable Development Goals