



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## COURSE SYLLABUS

### Basic Calculus - 2

2324-1-E1802M115-E1802M108M-T2

---

#### Obiettivi formativi

Il corso intende dare allo studente gli strumenti matematici di base per la comprensione di semplici modelli matematici in economia. Nello specifico l'obiettivo del corso è quello di insegnare allo studente l'analisi di funzioni di variabili reali, con cenni al calcolo in due variabili.

#### Contenuti sintetici

Funzioni reali di variabile reale e cenni alle funzioni reali di due variabili

#### Programma esteso

UNITA' 1 - Funzioni reali di una variabile reale.

Insiemi  $N, Z, Q, R$ . Insieme superiormente/inferiormente limitato; intervalli; estremo superiore/inferiore/massimo/minimo di un insieme.

Definizione di funzione e di successione; calcolo del campo di esistenza; definizione di immagine, insieme immagine, controimmagine, insieme

controimmagine, grafico; uso dell'espressione analitica di una funzione e di una successione. Uso del grafico di una funzione; funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva; funzioni inferiormente/superiormente limitate; estremo inferiore/superiore di una funzione; minimo/massimo, punto di minimo/massimo di una funzione; funzione pari/dispari; monotonia di una funzione e di una successione. Operazioni con funzioni, composizione, inversione. Trasformazioni semplici di grafici. Traslazioni orizzontali/verticali, riflessioni orizzontali/verticali; riflessioni parziali orizzontali/verticali; riscalamenti. Trasformazioni composte di grafici.

UNITA' 2 - Limiti:

Retta reale estesa e intorno; definizione di punto interno, esterno, di frontiera, isolato, di accumulazione; definizione di limite di funzioni e successioni; limite destro/sinistro, limite per eccesso/per difetto; lettura di limiti dal grafico. Teorema di unicità del limite

(con dim.), teorema di permanenza del segno (con dim.), teorema del confronto (con dim.). Calcolo di limiti per funzioni e successioni.

Continuità. Algebra in  $\mathbb{R}$  estesa, forme determinate, limiti di funzioni esponenziali, logaritmiche, arcotangente. Forme indeterminate, tecniche per risolvere alcune forme indeterminate (funzioni razionali/irrazionali). Equivalenza asintotica e proprietà. Ordini di infinito, gerarchie di infiniti.

Funzione trascurabile (o-piccolo). Limiti notevoli e relative equivalenze asintotiche. Forme indeterminate di tipo esponenziale e tecniche

di soluzione. Ordini di infinitesimo, gerarchia degli infinitesimi, o-piccoli. Continuità (da destra/sinistra) e discontinuità. Classificazione delle discontinuità. Riconoscimento delle discontinuità dal grafico e dall'espressione analitica. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Teorema di Weierstrass con controesempi, teorema dei valori intermedi con controesempi, teorema degli zeri con controesempi.

### UNITA' 3 - Derivate:

Rapporto incrementale e derivata di una funzione in un punto; funzione derivata; derivate di funzioni elementari; calcolo di derivate. Equazione della retta tangente; legame continuità-derivabilità, punto di flesso a tangente verticale, di cuspidi, angoloso. Regola di de L'Hopital; Teorema di Rolle (con dim.) e controesempi; Teorema di Lagrange (con dim.) e controesempi; derivata della funzione inversa. Test di monotonia (con dim.) e controesempi; definizione di estremi relativi; punto stazionario; Teorema di Fermat (con dim.); definizione di punto critico; test della derivata prima per estremi interni. Studio della monotonia di una successione. Criterio delle derivate successive; test della derivata prima per estremi alla frontiera; definizione di funzione concava/convessa; test del primo ordine per la concavità; test del secondo ordine per la concavità; definizione di punto di flesso.

Polinomi di Taylor e McLaurin; Resto di Peano; uso del polinomio di Taylor per il calcolo di limiti.

### UNITA' 4 - Studio completo di funzione e funzioni a due variabili:

Schema generale per lo studio di funzione. Domini analitici e grafici per funzioni reali di due variabili reali; curve di livello; derivate parziali, gradiente, punti stazionari.

## Prerequisiti

Teoria degli insiemi. Potenze, logaritmi, esponenziali e loro proprietà.

Disequazioni di primo e secondo grado, disequazioni razionali, disequazioni logaritmiche ed esponenziali. Equazioni cartesiane della retta, della circonferenza, della parabola, equazione della retta passante per due punti. Cenni di trigonometria.

## Metodi didattici

Lezioni frontali (in presenza se non altrimenti imposto dall'ateneo) articolate in

- lezioni teoriche, in cui si fornisce la conoscenza di definizioni, risultati, dimostrazioni ed esempi rilevanti;
- esercitazioni, in cui si forniscono competenze e abilità necessarie per utilizzare le nozioni teoriche per la risoluzione di esercizi.

## Modalità di verifica dell'apprendimento

Esame scritto con 5 esercizi e 3 domande di teoria. Lo schema degli esercizi è il seguente:

Esercizio 1: Trasformazioni di grafici di funzioni elementari;

Esercizio 2: Limiti;

Esercizio 3: Vario;

Esercizio 4: Funzioni a due variabili;

Esercizio 5: Studio completo di funzione.

La prova scritta valuta la correttezza formale dei passaggi, l'adeguatezza del linguaggio matematico adottato, le competenze e le conoscenze acquisite durante il corso.

Una volta superato l'esame scritto, il professore o lo studente possono richiedere un esame orale integrativo. L'orale verte su tutto il programma del corso e può contribuire sia in maniera positiva sia in maniera negativa al voto finale.

Il corso non prevede il frazionamento dell'esame in prove intermedie.

## **Testi di riferimento**

Libri di testo

Guerraggio, A. Matematica 4/Ed. • con MyLab. Pearson.

Ulteriori testi a cui far eventuale riferimento

Torriero, A., Scovenna M., Scaglianti, L.: Manuale di matematica. Metodi e applicazioni. CEDAM

Scovenna, M., Grassi, R.: Matematica – Esercizi e temi d'esame. CEDAM.

Monti, G., Pini, R.: Lezioni di matematica generale: funzioni reali di variabile reale, L.E.D.

Ulteriore materiale didattico

Dispense e appunti dei docenti (disponibili sulla piattaforma di e-learning).

Testi e soluzioni dei temi delle prova scritta degli anni precedenti (disponibili sulla piattaforma e-learning).

Elenco delle dimostrazioni che possono essere richieste ed esempi di domande di teoria (disponibili sulla piattaforma e-learning).

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Primo semestre, primo anno.

## **Lingua di insegnamento**

Italiano

## **Sustainable Development Goals**

ISTRUZIONE DI QUALITÀ

---

