UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Basic Calculus - 2

2425-1-E1803M047-T2

Obiettivi formativi

Il corso mira a fornire agli studenti una solida base matematica, indispensabile per affrontare con successo corsi avanzati in economia, finanza, econometria e altre discipline quantitative.

Al termine del corso, gli studenti dovranno aver compreso il concetto di funzione reale di una o due variabili e saperne analizzare le proprietà fondamentali (insieme di esistenza, segno, simmetrie, limiti, asintoti, monotonia, concavità, derivabilità, ecc.). L'analisi e l'interpretazione di queste funzioni e delle loro proprietà sono fondamentali per comprendere i modelli matematici ampiamente utilizzati in economia e finanza.

Alcuni esempi di applicazioni includono i modelli per i tassi di interesse, e per il prezzo dei titoli azionari e dei derivati di un mercato finanziario; l'uso delle funzioni di utilità per descrivere le preferenze di un agente; l'utilizzo di funzioni a una o più variabili per descrivere le funzioni di costo e di produzione di un'impresa e i relativi problemi di ottimizzazione. Inoltre, le funzioni possono essere utilizzate per descrivere la probabilità di occorrenza di eventi futuri, essenziale per la gestione dei rischi finanziari.

Più in generale, il corso si propone di migliorare le capacità di pensiero critico e analitico degli studenti attraverso la risoluzione di problemi matematici.

Contenuti sintetici

Studio di funzioni reali di variabile reale: dominio, segno, intersezioni con gli assi, limiti di funzioni, punti estremanti, monotonia di una funzione, concavità, punti di flesso, continuità e derivabilotà di una funzione. Cenni alle successioni e alle funzioni a due variabili.

Programma esteso

UNITA' 1 - Funzioni reali di una variabile reale:
Insiemi N,Z,Q, R. Insieme superiormente/inferiormente limitato; intervalli; estremo superiore/inferiore/massimo/minimo di un insieme.
Definizione di funzione e di successione; calcolo del campo di esistenza; definizione di immagine, insieme immagine, controimmagine, insieme
controimmagine, grafico; uso dell'espressione analitica di una funzione e di una successione. Uso del grafico di una funzione; funzione iniettiva, suriettiva, biettiva; funzioni inferiormente/superiormente limitate; estremo inferiore/superiore di una funzione; minimo/massimo, punto di
minimo/massimo di una funzione; funzione pari/dispari; monotonia di una funzione e di una successione. Operazioni con funzioni, composizione,
inversione. Trasformazioni semplici di grafici. Traslazioni orizzontali/verticali, riflessioni orizzontali/verticali; riflessioni parziali
orizzontali/verticali; riscalamenti. Trasformazioni composte di grafici.

UNITA' 2 - Limiti:
Retta reale estesa e intorni; definizione di punto interno, esterno, di frontiera, isolato, di accumulazione; definizione di limite di funzioni e successioni; limite destro/sinistro, limite per eccesso/per difetto; lettura di limiti dal grafico. Teorema di unicità del limite
(con dim.), teorema di permanenza del segno (con dim.), teorema del confronto (con dim.). Calcolo di limiti per funzioni e successioni.
Continuità. Algebra in R esteso, forme determinate, limiti di funzioni esponenziali, logaritmiche,
arcotangente. Forme indeterminate, tecniche per risolvere alcune forme indeterminate (funzioni
razionali/irrazionali). Equivalenza asintotica e proprietà. Ordini di infinito, gerarchie di infiniti. Funzione trascurabile (o-piccolo). Limiti notevoli e relative equivalenze asintotiche. Forme indeterminate di tipo esponenziale e tecniche di soluzione. Ordini di infinitesimo, gerarchia degli infinitesimi, o-piccoli. Continuità (da destra/sinistra) e discontinuità. Classificazione delle discontinuità. Riconoscimento delle discontinuità dal grafico e dall'espressione analitica. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Teorema di Weierstrass con controesempi, teorema dei valor intermedi con controesempi, teorema degli zeri con controesempi.

UNITA' 3 - Derivate:
Rapporto incrementale e derivata di una funzione in un punto; funzione derivata; derivate di funzioni elementari; calcolo di derivate. Equazione della retta tangente; legame continuità-derivabilità, punto di flesso a tangente verticale, di cuspide, angoloso. Regola di de L'Hopital; Teorema di Rolle (con dim.) e controesempi; Teorema di Lagrange (con dim.) e controesempi; Derivata della funzione inversa. Test di monotonia (con dim.) e controesempi; definzione di estremi relativi; punto stazionario; Teorema di Fermat (con dim.); definizione di punto critico; Test della derivata prima per estremi interni. Studio della montonia di una successione. Criterio delle derivate successive;
Test della derivata prima per estremi alla frontiera; definizione di funzione concava/convessa;
Test del primo ordine per la concavità; Test del secondo ordine per la concavità; definizione di punto di flesso.
Polinomi di Taylor e McLaurin; Resto di Peano; uso del polinomio di Taylor per il calcolo di limiti.

UNITA' 4 - Studio completo di funzione e funzioni a due variabili:
Schema generale per lo studio di funzione. Domini analitici e grafici per funzioni reali di due variabili reali; curve di livello; derivate parziali, gradiente, punti stazionari

Prerequisiti

Teoria degli insiemi. Potenze, logaritmi, esponenziali e loro proprietà.
Disequazioni di primo e secondo grado, disequazioni razionali, disequazioni logaritmiche ed esponenziali. Equazioni cartesiana della retta, della circonferenza, della parabola, equazione della retta passante per due punti.

Cenni di trigonometria.

Metodi didattici

Si utilizza un approccio didattico ibrido che combina didattica erogativa (DE) e didattica interattiva (DI). La DE include la presentazione e spiegazione dettagliata dei contenuti teorici che solitamente avviene nella prima parte della lezione. La DI prevede interventi attivi degli studenti tramite risposte a domande e problemi posti dal docente, brevi interventi, discussioni collettive e solitamente viene svolta nella seconda parte della lezione. Non è possibile stabilire precisamente a priori il numero di ore dedicate alla DE e alla DI, poiché le modalità si intrecciano in modo dinamico per adattarsi alle esigenze del corso e favorire un apprendimento partecipativo e integrato, combinando teoria e pratica.

Nello specifico:
-36 ore saranno svolte in presenza con una didattica ibrida come illustrata sopra
-4 ore saranno svolte da remoto (asincrono), e consisteranno di brevi video che riassumono i concetti chiave per svolgere l'esame.
-12 ore di esercitazioni verranno svolte in presenza in modalità interattiva.

Modalità di verifica dell'apprendimento

Modalità di verifica dell'apprendimento.
L'esame scritto dura due ore e consiste in: 5 esercizi e 3 domande aperte di teoria.
Le domande aperte valutano la capacità dello studente di utilizzare un corretto linguaggio matematico; la sua comprensione dei teoremi e delle dimostrazioni viste a lezioni e dei passaggi logici utilizzati

Lo schema degli esercizi è il seguente:
Esercizio 1: Trasformazioni di grafici di funzioni elementari; questo esercizio serve per valutare la capacità dello studente di disegnare il grafico di una funzione a partire dai grafici delle funzioni elementari;
Esercizio 2: Limiti; per valutare l'abilità dello studente nel determinare la miglior tecnica di risoluzione dei limiti da adottare.
Esercizio 3: Vario; per valutare la capacità dello studente di applicare i teoremi o le metodologie studiati nel corso non strettamente ricollegabili allo studio di funzione.
Esercizio 4: Funzioni a due variabili; per valutare la capacità dello studente di lavorare con funzioni a più variabili.
Esercizio 5: Studio completo di funzione. Per valutare l'abilità dello studente di analizzare e comprendere le proprietà di una funzione.

La prova scritta valuta la correttezza formale dei passaggi, l'adeguatezza del linguaggio matematico adottato, le competenze e le conoscenze acquisite durante il corso.

Una volta superato l'esame scritto, il professore o lo studente possono richiedere un esame orale integrativo. L'orale verte su tutto il programma del corso e può contribuire sia in maniera positiva sia in maniera negativa al voto finale.

Il corso non prevede il frazionamento dell'esame in prove intermedie.

Testi di riferimento

Libri di testo
Guerraggio, A. Matematica 4/Ed. • con MyLab. Pearson.

Ulteriori testi a cui far eventuale riferimento

Torriero, A., Scovenna M., Scaglianti, L.: Manuale di matematica. Metodi e applicazioni. CEDAM
Scovenna, M., Grassi, R.: Matematica – Esercizi e temi d'esame. CEDAM.
Monti, G., Pini, R.: Lezioni di matematica generale: funzioni reali di variabile reale, L.E.D

Ulteriore materiale didattico

Dispense e appunti dei docenti (disponibili sulla piattaforma di e-learning).
Testi e soluzioni dei temi delle prova scritta degli anni precedenti (disponibili sulla piattaforma e-learning).
Elenco delle dimostrazioni che possono essere richieste ed esempi di domande di teoria (disponibili sulla piattaforma e-learning).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre, primo anno.

Lingua di insegnamento

Italiano

Sustainable Development Goals