UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Derivatives

2425-1-F1601M051-F1601M056M

Obiettivi formativi

1) Conoscere i tipi di fondamentali di strumenti derivati e comprendere i loro utilizzi e il loro significato finanziario

2) Comprendere il concetto di modello matematico di mercato finanziario e il suo utilizzo nella valutazione di uno strumento derivato

3) Conoscere nel dettaglio i modelli studiati e le derivazioni delle relative formule

4) Saper applicare i modelli studiati alla valutazione e alla copertura di un generico strumento derivato

5) Saper accedere al terminale Bloomberg e comprendere il significato delle principali funzioni legate agli equity derivatives: OMON, OVME, SKEW.

Contenuti sintetici

- Concetti base sulle opzioni

- Modello binomiale multiperiodale

- Modelli uniperiodali

- Modelli in tempo continuo

- Modello di Black-Scholes

- Modello di Merton

- Il metodo Montecarlo e il delta-hedging

- L'indice VIX

- Le principali funzioni Bloomberg sulle opzioni: OMON, OVME, SKEW.

Programma esteso

Concetti base sulle opzioni
Richiami sugli strumenti derivati: contratti forward, contratti futures, opzioni call e put ed esempi di applicazioni. Concetto di payoff e di replicazione; prezzo forward e parità spot-forward. Put-call parity. Combinazioni di opzioni (spread, butterfly, strangle, straddle). Convessità del prezzo della call in funzione dello strike. Superreplicazione e subreplicazione. Vincoli di Merton. Opzioni americane e ottimalità dell'esercizio anticipato. Discussione qualitativa dei fattori che influenzano i prezzi delle opzioni.

Modello binomiale multiperiodale
Il modello binomiale uniperiodale: derivazione della formula per il prezzo di un generico payoff.
Il modello binomiale biperiodale e il suo utilizzo per la valutazione delle opzioni americane.
Il modello binomiale multiperiodale: formula di valutazione di un generico payoff e derivazione della formula per la call europea. Scelta dei parametri u e d e volatilità storica.

Modelli uniperiodali
Modelli uniperiodali con un numero arbitrario di titoli e di stati del mondo. Matrice dei payoff.
Replicabilità, completezza del mercato, caratterizzazione della completezza.
Definizione di opportunità di arbitraggio. Definizione del vettore dei prezzi degli stati e primo teorema fondamentale di valutazione. Secondo teorema fondamentale di valutazione.
Superreplicazione e subreplicazione come problema di programmazione lineare.

Modelli in tempo continuo
Definizione e prime proprietà del moto browniano
Processi di Ito: definizione ed esempi (moto browniano con drift, moto browniano geometrico)
Formula di Ito: drift e volatilità di un processo trasformato
Moto browniano geometrico, richiami sulla distribuzione lognormale.

Il modello di Black-Scholes
Ipotesi del modello. Derivazione della equazione differenziale di Black - Scholes. Soluzioni particolari, principio di sovrapposizione. Derivazione della formula di BS come valore atteso attualizzato del payoff. Prime proprietà della formula di BS. Dipendenza dai parametri e calcolo delle greeks. Approssimazione per opzioni ATMF a breve scadenza. Prime estensioni del modelo di BS: presenza di flussi indotti. Verifiche empiriche del modello di BS. La volatilità implicita e lo smile.

Il modello di Merton
Generalità sul rischio di credito. Il modello di Merton. Calcolo della probabilità neutrale al rischio di default. Derivazione analitica della curva dei tassi spread.

Il metodo Montecarlo
Simulazione di numeri casuali. Calcolo del prezzo di uno strumento derivato con il metodo Montecarlo.
Delta-hedging.

L'indice VIX
Formula di calcolo. Studio del portafoglio $1/K^2$ e e derivazione del suo payoff.

Le principali funzioni Bloomberg sulle opzioni: OMON, OV, OSA, SKEW.

Prerequisiti

Alcune delle conoscenze di Matematica, Matematica Finanziaria e Statistica richieste per l'accesso alla laurea magistrale di Economia e Finanza. In particolare:
- Matematica: funzioni elementari, limiti, derivate, integrali, convessità e concavità, vettori, matrici, operazioni tra matrici, combinazioni lineari, dipendenza e indipendenza lineare, rango di una matrice, determinante, matrice inversa, soluzione di sistemi lineari.
- Matematica finanziaria: capitalizzazione e attualizzazione, duration, concetti base sulle opzioni (che verranno comunque ripresi all'inizio del corso)
- Statistica: media, varianza, covarianza, correlazione e loro proprietà. Fondamenti di
probabilità: spazio campionario, eventi, probabilità, variabili casuali. Variabili casuali discrete e continue, in particolare la binomiale, la normale, la lognormale e le loro proprietà.

Metodi didattici

Le lezioni si svolgono in presenza. I materiali didattici sono messi a disposizione degli studenti prima della lezione. Chi non potesse frequentare una lezione, può studiare autonomamente i materiali e se qualcosa non fosse chiaro può porre domande in appositi forum della pagina elearning. A ogni domanda viene data una risposta da parte del docente.

Didattica interattiva.
Le lezioni si svolgono in gruppi di due ore consecutive. In ciascuna lezione, un tempo variabile tra 15 e 45 minuti è dedicato ad attività interattive quali:
i) discussione di problemi assegnati a casa nelle lezioni precedenti i cui svolgimento costituisce parte integrante del corso
ii) implementazioni in Excel o Matlab Online con modalità bring your own device di formule o concetti visti durante la lezione
iii) quesiti posti individualmente o in gruppi agli studenti
iv) sperimentazione critica collettiva di strumenti di AI quali ChatGPT o Perplexity

In aggiunta a queste attività, il docente organizza una classe virtuale sui terminali Bloomberg che può essere facoltativamente seguita dagli studenti in modalità self-paced.

Modalità di verifica dell'apprendimento

Esame scritto con domande a risposta aperta, con orale facoltativo. Le domande sono di tre tipi:

1. Domande teoriche volte a verificare l'apprendimento dei concetti e dei ragionamenti spiegati a lezione, e più in generale la capacità di utilizzare in modo corretto il linguaggio tecnico della finanza matematica formando frasi dotate di senso
2. Esercizi in cui i concetti e i metodi spiegati sono applicati a casi qualitativamente identici a quelli illustrati a lezione o assegnati di compito durante il corso
3. Esercizi volti a verificare la capacità degli studenti di applicare i concetti e i metodi spiegati a situazioni leggermente diverse dai casi già svolti a lezione o assegnati di compito.

Testi di riferimento

- Materiali forniti dal docente.

Per approfondimenti:
- J. Hull "Opzioni e futures"
- J. Cox, M. Rubinstein "Option markets"

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Lingua di insegnamento

Italiano. Alcuni dei materiali forniti sono in inglese poiché in questo ambito è molto importante la padronanza del linguaggio disciplinare sia in italiano che in inglese.

Sustainable Development Goals