



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

## SYLLABUS DEL CORSO

### Derivatives

2425-1-F1601M051-F1601M056M

---

#### Obiettivi formativi

- 1) Conoscere i tipi di fondamentali di strumenti derivati e comprendere i loro utilizzi e il loro significato finanziario
- 2) Comprendere il concetto di modello matematico di mercato finanziario e il suo utilizzo nella valutazione di uno strumento derivato
- 3) Conoscere nel dettaglio i modelli studiati e le derivazioni delle relative formule
- 4) Saper applicare i modelli studiati alla valutazione e alla copertura di un generico strumento derivato
- 5) Saper accedere al terminale Bloomberg e comprendere il significato delle principali funzioni legate agli equity derivatives: OMON, OVME, SKEW.

#### Contenuti sintetici

- Concetti base sulle opzioni
- Modello binomiale multiperiodale
- Modelli uniperiodali
- Modelli in tempo continuo
- Modello di Black-Scholes
- Modello di Merton

- Il metodo Montecarlo e il delta-hedging
- L'indice VIX
- Le principali funzioni Bloomberg sulle opzioni: OMON, OVME, SKEW.

## Programma esteso

### Concetti base sulle opzioni

Richiami sugli strumenti derivati: contratti forward, contratti futures, opzioni call e put ed esempi di applicazioni. Concetto di payoff e di replicazione; prezzo forward e parità spot-forward. Put-call parity. Combinazioni di opzioni (spread, butterfly, strangle, straddle). Convessità del prezzo della call in funzione dello strike. Superreplicazione e subreplicazione. Vincoli di Merton. Opzioni americane e ottimalità dell'esercizio anticipato. Discussione qualitativa dei fattori che influenzano i prezzi delle opzioni.

### Modello binomiale multiperiodale

Il modello binomiale uniperiodale: derivazione della formula per il prezzo di un generico payoff.

Il modello binomiale biperiodale e il suo utilizzo per la valutazione delle opzioni americane.

Il modello binomiale multiperiodale: formula di valutazione di un generico payoff e derivazione della formula per la call europea. Scelta dei parametri  $u$  e  $d$  e volatilità storica.

### Modelli uniperiodali

Modelli uniperiodali con un numero arbitrario di titoli e di stati del mondo. Matrice dei payoff.

Replicabilità, completezza del mercato, caratterizzazione della completezza.

Definizione di opportunità di arbitraggio. Definizione del vettore dei prezzi degli stati e primo teorema fondamentale di valutazione. Secondo teorema fondamentale di valutazione.

Superreplicazione e subreplicazione come problema di programmazione lineare.

### Modelli in tempo continuo

Definizione e prime proprietà del moto browniano

Processi di Ito: definizione ed esempi (moto browniano con drift, moto browniano geometrico)

Formula di Ito: drift e volatilità di un processo trasformato

Moto browniano geometrico, richiami sulla distribuzione lognormale.

### Il modello di Black-Scholes

Ipotesi del modello. Derivazione della equazione differenziale di Black - Scholes. Soluzioni particolari, principio di sovrapposizione. Derivazione della formula di BS come valore atteso attualizzato del payoff. Prime proprietà della formula di BS. Dipendenza dai parametri e calcolo delle greeks. Approssimazione per opzioni ATM a breve scadenza. Prime estensioni del modello di BS: presenza di flussi indotti. Verifiche empiriche del modello di BS. La volatilità implicita e lo smile.

### Il modello di Merton

Generalità sul rischio di credito. Il modello di Merton. Calcolo della probabilità neutrale al rischio di default. Derivazione analitica della curva dei tassi spread.

### Il metodo Montecarlo

Simulazione di numeri casuali. Calcolo del prezzo di uno strumento derivato con il metodo Montecarlo.

Delta-hedging.

### L'indice VIX

Formula di calcolo. Studio del portafoglio  $\$1/K^2\$$  e derivazione del suo payoff.

Le principali funzioni Bloomberg sulle opzioni: OMON, OV, OSA, SKEW.

## Prerequisiti

Alcune delle conoscenze di Matematica, Matematica Finanziaria e Statistica richieste per l'accesso alla laurea magistrale di Economia e Finanza. In particolare:

- Matematica: funzioni elementari, limiti, derivate, integrali, convessità e concavità, vettori, matrici, operazioni tra matrici, combinazioni lineari, dipendenza e indipendenza lineare, rango di una matrice, determinante, matrice inversa, soluzione di sistemi lineari.

- Matematica finanziaria: capitalizzazione e attualizzazione, duration, concetti base sulle opzioni (che verranno comunque ripresi all'inizio del corso)

- Statistica: media, varianza, covarianza, correlazione e loro proprietà. Fondamenti di probabilità: spazio campionario, eventi, probabilità, variabili casuali. Variabili casuali discrete e continue, in particolare la binomiale, la normale, la lognormale e le loro proprietà.

## Metodi didattici

Le lezioni si svolgono in presenza. I materiali didattici sono messi a disposizione degli studenti prima della lezione. Chi non potesse frequentare una lezione, può studiare autonomamente i materiali e se qualcosa non fosse chiaro può porre domande in appositi forum della pagina elearning. A ogni domanda viene data una risposta da parte del docente.

### Didattica interattiva.

Le lezioni si svolgono in gruppi di due ore consecutive. In ciascuna lezione, un tempo variabile tra 15 e 45 minuti è dedicato ad attività interattive quali:

- i) discussione di problemi assegnati a casa nelle lezioni precedenti i cui svolgimento costituisce parte integrante del corso
- ii) implementazioni in Excel o Matlab Online con modalità bring your own device di formule o concetti visti durante la lezione
- iii) quesiti posti individualmente o in gruppi agli studenti
- iv) sperimentazione critica collettiva di strumenti di AI quali ChatGPT o Perplexity

In aggiunta a queste attività, il docente organizza una classe virtuale sui terminali Bloomberg che può essere facoltativamente seguita dagli studenti in modalità self-paced.

## Modalità di verifica dell'apprendimento

Esame scritto con domande a risposta aperta, con orale facoltativo. Le domande sono di tre tipi:

1. Domande teoriche volte a verificare l'apprendimento dei concetti e dei ragionamenti spiegati a lezione, e più in generale la capacità di utilizzare in modo corretto il linguaggio tecnico della finanza matematica formando frasi dotate di senso
2. Esercizi in cui i concetti e i metodi spiegati sono applicati a casi qualitativamente identici a quelli illustrati a lezione o assegnati di compito durante il corso
3. Esercizi volti a verificare la capacità degli studenti di applicare i concetti e i metodi spiegati a situazioni leggermente diverse dai casi già svolti a lezione o assegnati di compito.

## **Testi di riferimento**

- Materiali forniti dal docente.

Per approfondimenti:

- J. Hull "Opzioni e futures"

- J. Cox, M. Rubinstein "Option markets"

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Secondo semestre

## **Lingua di insegnamento**

Italiano. Alcuni dei materiali forniti sono in inglese poiché in questo ambito è molto importante la padronanza del linguaggio disciplinare sia in italiano che in inglese.

## **Sustainable Development Goals**

---