



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Fondamenti di Matematica Attuariale

2425-3-E3301M216

Obiettivi formativi

Il corso tratta dei principali strumenti matematici relativi alle assicurazioni sulla vita. In particolare, insegna a utilizzare gli strumenti della Matematica Finanziaria e del Calcolo delle Probabilità per risolvere problemi tipici quali

- la costruzione di un modello della mortalità e la determinazione delle probabilità di vita e di morte
- il calcolo del premio equo di una polizza
- il calcolo della riserva matematica associata a una polizza.

Il corso si pone anche l'obiettivo di illustrare i collegamenti tra i concetti della Matematica Attuariale e quelli della teoria della utilità attesa e della teoria del rischio che verranno sinteticamente richiamati.

Contenuti sintetici

- 1) La modellizzazione della durata della vita umana: le tavole di mortalità e il modello probabilistico
- 2) Il calcolo del valore attuariale
- 3) Il calcolo del premio equo
- 4) Riserva matematica, equazioni ricorsive, scomposizione del premio, determinazione dell'utile
- 5) Teoria della utilità attesa e trasformazione di Esscher

Programma esteso

- 1) La modellizzazione della durata della vita umana: le tavole di mortalità e il modello probabilistico
Funzione di sopravvivenza, funzione di sopravvivenza condizionata, forza di mortalità, legame tra la forza di mortalità e la funzione di sopravvivenza, legge di Gompertz, legge di Makeham, aspettativa di vita completa e incompleta, relazione tra aspettativa di vita completa e incompleta
Tavole di mortalità, probabilità di vita, probabilità di morte, probabilità di morte differite e relative notazioni attuariali.

2) Il calcolo del valore attuariale

Concetto di valore attuariale, basi tecniche, calcolo del valore attuariale per prestazioni di capitale differito, coperture temporanee caso morte, coperture temporanee caso morte con capitale assicurato variabile, coperture miste, coperture a vita intera, rendite vitalizie temporanee e perpetue, relative notazioni attuariali. Relazioni ricorsive.

3) Il calcolo del premio equo

Definizione di premio equo. Premi unici, premi periodici, premi naturali. Esempi di calcolo.

4) Riserva matematica, equazioni ricorsive, scomposizione del premio, determinazione dell'utile

Definizione di riserva matematica. Esempi di calcolo. Equazione di Foutet e sua interpretazione. Decomposizione del premio in premio di rischio e premio di risparmio. Decomposizione dell'utile in utile finanziario e in utile da mortalità. Formula di Homans.

5) Teoria della utilità e principi generali di calcolo del premio

Richiami sulla teoria della utilità attesa. Definizione di premio di indifferenza. Legame tra premio di indifferenza e premio equo. Richiami sulle funzioni convesse e disuguaglianza di Jensen. Premio esponenziale ed esempi di calcolo.

Definizione di trasformazione di Esscher e di premio di Esscher. Il caso delle variabili casuali discrete, della normale, della esponenziale e della gamma.

Prerequisiti

Nel corso verranno utilizzati molti concetti di Matematica Finanziaria e di Calcolo delle Probabilità studiati nei corsi di Matematica per la Finanza e Statistica per la Finanza, che verranno comunque richiamati.

Metodi didattici

Le lezioni si svolgono in presenza. In caso di particolari difficoltà potranno essere trasmesse in streaming. I materiali didattici sono messi a disposizione degli studenti prima della lezione.

Didattica interattiva

Le lezioni si svolgono in gruppi di tre ore consecutive. Due lezioni si svolgeranno in remoto e saranno dedicate all'apprendimento del software R, che ciascuno studente installerà sul proprio device. Durante le altre lezioni, un tempo variabile tra 15 e 45 minuti è dedicato ad attività interattive quali:

- i) discussione di problemi assegnati a casa nelle lezioni precedenti
- ii) quesiti posti individualmente o in gruppo agli studenti
- iii) sperimentazione critica collettiva di strumenti di AI quali ChatGPT o Perplexity

Modalità di verifica dell'apprendimento

L'esame è scritto con domande a risposta aperta ed orale facoltativo ed è volto sia a verificare la conoscenza e la comprensione dei concetti teorici spiegati a lezione, sia a verificare la capacità di applicare i concetti alla soluzione di semplici esercizi simili a quelli assegnati di compito e risolti autonomamente dagli studenti durante il corso.

Testi di riferimento

- Slides fornite dal docente

Per approfondimenti

- Introduction to Insurance Mathematics, A. Olivieri, E. Pitacco, Springer 2011.

Per una introduzione a R suggerisco di leggere la prima parte di

- The Book of R, di T. Davies

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Lingua di insegnamento

Italiano

Sustainable Development Goals
