

## SYLLABUS DEL CORSO

### Geometria Simplettica

2425-1-F4001Q099

---

#### Obiettivi

Lo scopo del corso è discutere ed approfondire i concetti di base della Geometria Simplettica, a partire dagli aspetti locali per poi rivolgere l'attenzione alle proprietà globali di una varietà simplettica.

Verranno approfonditi i concetti di azione hamiltoniana, di mappa momento e di riduzione simplettica; quest'ultima costruzione permette di costruire una nuova struttura simplettica 'quoziente' a partire da una varietà simplettica dotata di simmetrie.

Ci si propone inoltre, tempo permettendo, di chiarire la natura geometrica di diversi concetti di grande importanza che vengono introdotti in vari contesti, quali funzioni generatrici, trasformazioni canoniche, equazione e teoria di Hamilton-Jacobi, eccetera.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

- **Conoscenze:** la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in geometria simplettica; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.
- **Capacità:** la capacità di riconoscere il ruolo dei concetti e delle tecniche simplettiche in diversi ambiti della matematica pura (equazioni differenziali, geometria riemanniana, geometria complessa, teoria delle rappresentazioni) e nella modellizzazione di fenomeni fisici (fisica matematica); la capacità di applicare tale bagaglio concettuale alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso, sia le loro applicazioni a situazioni specifiche, anche inerenti ad altri ambiti.

#### Contenuti sintetici

Spazi vettoriali simplettici, varietà simplettiche, flussi Hamiltoniani e simplettomorfismi, forme canoniche delle

strutture simplettiche, mappe momento e riduzioni simplettiche. Esempi notevoli di riduzioni simplettiche.

## **Programma esteso**

- Algebra lineare simplettica.
- Struttura simplettica di un fibrato cotangente, equazioni di Hamilton, parentesi di Poisson.
- Varietà simplettiche, loro sottovarietà notevoli e rispettivi intorni.
- Isotopie e teoremi di Darboux e di Moser.
- Funzioni generatrici, equazione di Hamilton-Jacobi, sua soluzione geometrica.
- Mappe momento e loro proprietà; riduzione simplettica.
- Strutture complesse e quasi-complesse compatibili, varietà di Kähler e varietà quasi-Kähler.
- Orbite coaggiunte e loro struttura simplettica intrinseca.

## **Prerequisiti**

Sono presupposti: una buona familiarità con l'algebra lineare offerta nel biennio della laurea triennale di matematica, in quanto lo studio dell'algebra lineare simplettica ha un'importanza fondamentale per la parte restante del corso; le nozioni di base sulle varietà differenziale e sulle forme differenziali, come introdotte per esempio nei corsi di Geometria II e III. Verrà fatto comunque un breve riepilogo quando necessario.

## **Modalità didattica**

Normalmente questo insegnamento viene impartito in modalità interamente erogativa in presenza, mediante lezioni frontali alla lavagna, che vengono anche videoregistrate e rese disponibili agli studenti sulla piattaforma *elearning*.

## **Materiale didattico**

Le note delle lezioni scritte dal docente e quelle redatte dal Dott. Massimo Frigerio nell'a.a. 2018/19.

### **Ulteriori testi raccomandati:**

V. Guillemin, S. Sternberg, *Symplectic Techniques in Physics*, Cambridge University Press

D. McDuff, D. Salamon, *Introduction to Symplectic Topology*, Clarendon Press, Oxford

### **Lecture consigliate:**

V. Guillemin, S. Sternberg, Semiclassical Analysis, International Press

J. J. Duistermaat, Fourier Integral Operators, Birkhäuser

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

I semestre

## **Modalità di verifica del profitto e valutazione**

L'esame consiste di due prove scritte, seguite da una discussione orale delle stesse. Ciascuna delle prove verterà su una parte del corso (I e II), e sarà finalizzata alla valutazione della conoscenza, della comprensione e delle capacità che costituiscono gli obiettivi formativi dell'insegnamento. L'esatta suddivisione in argomenti tra le due prove verrà comunicata durante il corso con largo anticipo rispetto allo svolgimento delle stesse. Ogni prova consiste di una combinazione flessibile di quesiti teorici (definizioni, enunciati, dimostrazioni) e di quesiti di carattere più pratico (risoluzione di esercizi, costruzione di esempi o controesempi). Ogni prova verrà valutata indipendentemente e concorrerà in egual misura alla determinazione del voto complessivo finale; al fine del superamento dell'esame entrambe le prove dovranno essere sufficienti.

Le due prove scritte possono essere sostenute in appelli differenti. In ogni appello sarà possibile a iscriversi a entrambe le prove scritte, ma solo alla seconda è abbinata la registrazione del voto. La data della discussione orale degli scritti dopo la seconda prova scritta verrà annunciata dopo la correzione della stessa.

## **Orario di ricevimento**

Su appuntamento.

## **Sustainable Development Goals**

ISTRUZIONE DI QUALITÀ

---