UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Real Analysis and Differential Equations

2425-1-F4001Q076

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si prefigge di introdurre la teoria delle equazioni alle derivate parziali lineari con cenni ad alcune equazioni non lineari. Verranno acquisite le competenze necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria e le abilità utili per la soluzione di esercizi e l'analisi di problemi.

Contenuti sintetici

Teoria spettrale per operatori autoaggiunti e compatti. Equazioni ellittiche: regolarità, principi del massimo, autovalori e autofunzioni del Laplaciano. Equazione del trasporto e caratteristiche. Integrale di Bochner. Equazioni alle derivate parziali di tipo parabolico: soluzione fondamentale dell'equazione del calore, metodo di Galerkin, stime dell'energia e principio del massimo.

Programma esteso

Equazioni ellittiche del secondo ordine: regolarità delle soluzioni deboli, principi del massimo debole e forte.
Teoria spettrale: operatori aggiunti, autoaggiunti, compatti, spettro. Spettro di un operatore compatto. Teorema dell'alternativa di Fredholm. Teorema di decomposizione spettrale per operatori compatti autoaggiunti. Autovalori e autofunzioni del Laplaciano.
Equazione del trasporto: Metodo delle caratteristiche.
Integrale di Bochner: Definizione, principali caratteristiche e spazi di Sobolev definiti tramite l'integrale di Bochner.
Equazioni di tipo parabolico: Soluzione fondamentale dell'equazione del calore e suo utilizzo. Principio di Duhamel. Soluzioni deboli per equazioni paraboliche del secondo ordine. Metodo di Galerkin. Stime dell'energia, esistenza e unicità di soluzioni deboli. Principio del massimo. Rappresentazione delle soluzioni dell'equazione del

calore tramite le autofunzioni del laplaciano. Equazioni paraboliche semilineari e metodo del punto fisso di Banach.

Prerequisiti

Spazi di Banach e di Hilbert, spazi **L**?, loro duali e rispettive proprietà, spazi di Sobolev e teoremi di immersione.

Modalità didattica

56 ore di lezione svolte in modalità erogativa in presenza (8 cfu)

Corso erogato in lingua italiana con possibilità di erogazione in lingua inglese in caso di richiesta/presenza di studenti stranieri.

Materiale didattico

- A. Bressan. Hyperbolic systems of conservation laws: the one-dimensional Cauchy problem. Vol. 20. Oxford University Press on Demand, 2000.
- A. Bressan. Lecture Notes on Functional Analysis. With applications to linear partial differential equations. American Mathematical Society, 2013.
- H. Brezis. Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer Science and Business Media, 2010.
- L. C. Evans, Partial Differential Equations, AMS Graduate Studies in Mathematics, Vol.19. Second Edition, Providence 2010.
- D. Gilbarg, N. S. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order, Reprint of the 1998 edition. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2001.

Pagina del corso: https://elearning.unimib.it/course/view.php?id=44762

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova scritta e in una sua discussione orale.

La prova scritta consiste in un breve saggio. Verrà richiesto di svolgere due temi su quattro proposti, uno riguardante la prima parte del corso e uno riguardante la seconda, con due ore di tempo a disposizione. L’esposizione dovrà essere precisa, dettagliata, esauriente e coerente con il tema svolto e dovrà contenere alcune tra le dimostrazioni più significative. Verrà valutata la capacità di presentare una selezione di dimostrazioni e,

soprattutto, la conoscenza critica e operativa delle definizioni e dei risultati presentati durante il corso, anche mediante l'illustrazione di esempi e controesempi.

La discussione orale si terrà qualche giorno dopo la prova scritta e consisterà in una breve discussione e correzione della prova scritta e verificherà la padronanza degli argomenti riportati nell'elaborato. Non verranno chiesti altri argomenti o dimostrazioni al di fuori dei due temi svolti.

Voto finale in trentesimi.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals