

SYLLABUS DEL CORSO

Metodi e Modelli Stocastici

2425-1-F4001Q106

Obiettivi

L'insegnamento si propone di fornire una selezione di strumenti, concetti e modelli avanzati del calcolo delle probabilità e dei processi stocastici, dal punto di vista sia teorico che applicativo.

Al termine del corso lo studente avrà acquisito le seguenti:

- **conoscenze:** una selezione di risultati avanzati del calcolo della probabilità (grandi deviazioni), dei processi stocastici (catene di Markov a tempo continuo) e dei modelli stocastici (grafi aleatori);
- **competenze:** comprensione operativa del linguaggio probabilistico e di tecniche dimostrative avanzate (ad es. coupling);
- **abilità:** capacità di applicare le nozioni teoriche per la risoluzione di esercizi e l'analisi di problemi e modelli.

Contenuti sintetici

L'insegnamento si apre con alcuni risultati di **grandi deviazioni**, teoria che fornisce un quadro che permette di studiare eventi rari su scala esponenziale. Nella seconda parte del corso si approfondiscono le **catene di Markov a tempo discreto** e si introducono le **catene di Markov a tempo continuo**, dando particolare importanza al **Processo di Poisson**, essendo un esempio naturale di processo stocastico a tempo continuo con stati discreti. La terza parte del corso è dedicata ad approfondimenti sulle proprietà delle **passeggiate aleatorie**, un argomento fondamentale e ricco di spunti. L'ultima parte del corso si occupa della **teoria dei grafi aleatori**, un argomento di ricerca che sta ricevendo grande attenzione.

Programma esteso

1. Grandi deviazioni

- Il teorema di Cramér
- Entropia relativa e teorema di Sanov
- Il principio di grandi deviazioni
- Il principio di contrazione, il lemma di Varadhan, il Teorema di Gärtner-Ellis

2. Catene di Markov a tempo discreto e continuo

- Richiami (irriducibilità, classificazione degli stati)
- Proprietà di Markov forte
- Misure invarianti e convergenza all'equilibrio
- Semigrupperi e generatori su spazi numerabili
- Processo di Poisson

3. Passeggiate aleatorie

- Passeggiate aleatorie semplici: Passeggiate aleatorie semplici monodimensionali, Teorema di Polya
- Passeggiate aleatorie su grafi: Problema di Dirichlet, Passeggiate aleatorie in ambiente aleatorio
- Ricorrenza e transienza per catene di Markov numerabili: Funzione di Liapunov e criteri di Foster-Lamperti

4. Grafi aleatori

- Il modello di Erdos-Renyi
- Soglie nel modello di Erdos-Renyi: Connettività e componente gigante

Prerequisiti

Le conoscenze, competenze e abilità impartite negli insegnamenti di calcolo delle probabilità e processi stocastici (variabili aleatorie, martingale, legge condizionale) oltre che quelle impartite nei corsi di analisi matematica.

Modalità didattica

Il corso consiste in 56 ore di insegnamento in presenza, basato su lezioni frontali, equivalenti a 8 CFU. È diviso in due componenti principali:

- ****Teorico:** **con un focus sulla presentazione di definizioni, risultati ed esempi rilevanti.
- **Pratico:** con un focus sulle competenze necessarie per applicare le conoscenze teoriche sia all'analisi dei modelli che alla soluzione degli esercizi.

Il corso sarà condotto in inglese.

Materiale didattico

Appunti del corso

Testi di riferimento:

- F. den Hollander. *Large Deviations*, Fields Institute Monographs, vol. 14. AMS (2008).
- E. Pardoux. *Markov Processes and Applications: Algorithms, Networks, Genome and Finance*, Wiley (2008).
- Q. Berger, F. Caravenna, P. Dai Pra, *Probabilità: un primo corso attraverso esempi, modelli e applicazioni* (II edizione), Springer (2021).
- T. M. Liggett. *Continuous time Markov Processes (An Introduction)*, American Mathematical Society (2010).
- G. Last, M. Penrose. *Lectures on the Poisson Process*, Cambridge University Press (2017).
- S. Asmussen, *Applied Probability and Queues*, Springer (2003).
- R. Durrett. *Probability: theory and examples*. 5th edition (2019). The book can be downloaded for free from his personal webpage <https://services.math.duke.edu/~rtd/>.
- R. Lyons and Y. Peres, *Probability on Trees and Networks*, Cambridge University Press (2016). The book can be downloaded for free from Lyons homepage <https://rdlyons.pages.iu.edu/prbtree/book.pdf>.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame si articola in due parti: una **consegna di esercizi** svolti in autonomia, che contribuisce per un sesto al voto finale, e una **prova orale**, che contribuisce per cinque sestimi al voto finale, espresso in trentesimi.

La **consegna di esercizi** consiste nella risoluzione di alcuni esercizi proposti durante il corso, che lo studente dovrà svolgere in autonomia e consegnare con un anticipo di almeno 5 giorni rispetto alla prova orale, e ha lo scopo di valutare la continuità dell'apprendimento e le abilità pratiche.

La **prova orale** consiste in un colloquio della durata indicativa di 30-60 minuti in cui vengono valutate la conoscenza delle definizioni, enunciati ed esempi presentati durante il corso e la competenza e abilità nell'esposizione di una selezione di argomenti con i dettagli delle dimostrazioni.

Ci saranno 6 appelli d'esame (due a giugno/luglio, uno a settembre, tre a gennaio/febbraio).

Orario di ricevimento

Su appuntamento

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÀ
