UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Topologia Differenziale

2425-1-F4001Q111

Obiettivi

L' insegnamento ha lo scopo di proseguire ed approfondire il percorso in geometria della Laurea Triennale. Non è propedeutico agli altri insegnamenti di Geometria, che possono comunque essere scelti indipendentemente, ma ha la finalità di unificare e collegare le altre tematiche.

La topologia differenziale indaga l'interazione tra la struttura differenziale e le proprietà topologiche delle varietà differenziali. Costituisce una base naturale per affrontare anche tematiche più astratte e generali in Topologia Algebrica. Le tecniche legate all'ambito differenziale forniscono inoltre un approccio concreto ed esplicito alla teoria dell'intersezione.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in topologia differenziale; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.

Capacità: la capacità di applicare le tecniche e i concetti sviluppati alla discussione di esempi notevoli e alla soluzione di semplici esercizi, nonché di esporre in modo organico, con chiarezza e precisione, i risultati teorici appresi.

Contenuti sintetici

Trasversalità e teoria dell'intersezione.
Teoria di De Rham su varietà differenziali.

Programma esteso

- Applicazioni trasverse ad una sottovarietà liscia, intersezione di varietà trasverse.
- Trasversalità per varietà a bordo.
- Applicazioni: esistenza di retrazioni lisce, Teorema del punto fisso di Brower.
- Teoremi di trasversalità, proprietà di genericità.
- Indice di intersezione modulo 2 e grado di una mappa liscia modulo 2.
- Teoria dell’intersezione per varietà orientate: numeri di intersezione per varietà orientate e teoria del grado.
- Applicazioni: numero di avvolgimento e Teorema di Jordan-Brouwer.
- Teoria dei punti fissi di Lefschetz.
- Gruppi di Coomologia di de Rham su varietà lisce.
- Sequenza esatta di Mayer-Vietoris.
- Dualità di Poincaré su una varietà orientata.
- Formula di Kunneth.
  -Teorema di de Rham.

Prerequisiti

Sono presupposti: i contenuti di base dei corsi di Analisi I, Algebra Lineare e Geometria, Geometria I e II del biennio della Laurea Triennale in Matematica; le nozioni di base sulle varietà differenziali e sulle forme differenziali, come introdotte nei corsi di Geometria II e III. Verrà fatto comunque un breve riepilogo quando necessario.

Modalità didattica

L' insegnamento prevede lezioni frontali (56 ore pari a 8 CFU) in presenza.
L'attività didattica è svolta prevalentemente in modalità erogativa, nelle lezioni vengono presentati definizioni, risultati e teoremi rilevanti e si forniscono esempi e analisi di problemi dove vengono utilizzate le nozioni introdotte.

Al termine di ogni argomento svolto a lezione, verranno proposti alcuni esercizi che saranno pubblicati alla pagina e-learning del corso. La loro risoluzione viene lasciata agli studenti e potrà essere discussa in aula a richiesta degli studenti o durante i ricevimenti.
Il corso è previsto in lingua italiana ma potrebbe essere tenuto in lingua inglese in presenza di studenti stranieri.

Materiale didattico

Testi di riferimento:

- V. Guillemin, P. Haine, Differential forms, World Scientific Publishing Co.
- V. Guillemin e A. Pollack, Differential Topology, Prentice Hall
- J.W. Milnor, Topology from the Differentiable Point of View; University Press of Virginia.

Altro materiale:
-Appunti delle lezioni.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste di una **prova orale.**
Non sono previste prove in itinere o parziali.
La prova orale si divide in due parti:
-nella prima vengono proposti quesiti di carattere teorico (definizioni, enunciati e dimostrazioni dei risultati discussi a lezione),
-nella seconda vengono proposti quesiti di applicazione della teoria (risoluzione di esercizi simili a quelli proposti durante le lezioni, costruzione di esempi o controesempi).
Le due parti concorrono in egual misura alla determinazione del punteggio finale valutato in trentesimi. Nella prima parte verranno valutate la conoscenza e la comprensione dei concetti presentati nel corso e dei risultati teorici dimostrati in aula, la capacità di organizzare un' esposizione efficace, rigorosa e coerente. Nella seconda parte verranno valutate la padronanza e l'autonomia nell'affrontare lo svolgimento degli esercizi, l'esattezza delle risposte e la proprietà del linguaggio matematico utilizzato.
L'esame è superato se si ottiene una valutazione di almeno 18/30.

Sono previsti 6 appelli d'esame (giugno, luglio, settembre, novembre, gennaio e febbraio).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ