UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Representation Theory

2425-1-F4001Q072

Obiettivi

Il corso ha lo scopo di presentare i contenuti, i metodi fondamentali e alcune applicazioni della teoria ‘classica’ delle rappresentazioni dei gruppi finiti. Sarà posta enfasi sulla comprensione del percorso teorico e sull'esercizio dello spirito critico da parte degli studenti.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

- Conoscenze: le conoscenze delle risultati principale della teoria delle rappresentazioni dei gruppi finiti.
- Capacità: le capacità di applicargli ad esempi concreti.

Contenuti sintetici

Anelli e A-moduli semisemplici. Rappresentazioni e moduli. Caratteri di un gruppo finito. Prodotti tensoriali di rappresentazioni. Rappresentazioni permutazionali e applicazioni. Rappresentazioni di prodotti diretti. Induzione e restrizione di rappresentazioni. Teoria di Clifford.

Programma esteso

A**nelli e A-moduli semisemplici:**

Richiami generali su anelli e A-moduli. Anelli e A-moduli artiniani e noetheriani. Anelli e A-moduli semisemplici. Amoduli semplici. Decomposizione di un A-modulo semisemplice in componenti isotipiche. Struttura degli anelli semisemplici. Teorema di Wedderburn. Proprietà del doppio centralizzante (DCP). Struttura degli anelli artiniani semplici.

Rappresentazioni e moduli:

L’algebra gruppale KG di un gruppo G. KG-moduli e rappresentazioni di G. Rappresentazioni completamente riducibili, teorema di Maschke. Rappresentazioni su splitting fields (KG semisemplice e split): struttura di KG . Teorema di Frobenius-Schur. Esempi di rappresentazioni complesse di gruppi finiti.

Caratteri di un gruppo finito:

Definizioni generali e proprietà elementari dei caratteri di un gruppo G. Lo spazio CF(G) delle funzioni di classe. Car K = 0 e K splitting per G: caratteri e moduli; tavola dei caratteri. Rappresentazione regolare, idempotenti ortogonali, prime relazioni di ortogonalità fra i caratteri. Caso semisemplice e split: Irr(G) è una base ortonormale di CF(G); seconde relazioni di ortogonalità fra i caratteri.

Interi algebrici e caratteri:

costanti di struttura del centro di KG. Il grado di un carattere irriducibile è un divisore dell’ordine di G. Applicazioni alla teoria dei gruppi: il p^a.q^b-teorema di Burnside. Proprietà strutturali di un gruppo deducibili dalla tavola dei caratteri. [Cenni alle rappresentazioni dei gruppi compatti.] Prodotti tensoriali di rappresentazioni: Generalità sui prodotti tensoriali di moduli. Prodotti tensoriali di rappresentazioni, prodotti di caratteri. L’anello dei caratteri virtuali. Teorema di Burnside-Brauer. Applicazioni al conteggio di involuzioni, teorema di Brauer-Fowler e sue conseguenze. Rappresentazioni permutazionali e applicazioni: Richiami sui gruppi di permutazioni. Azioni su classi di coniugio e caratteri. Lemma permutazionale di Brauer. Caratteri reali. Rappresentazioni di prodotti diretti: Caratteri irriducibili di un prodotto diretto. Applicazione: teorema di Burnside sul grado di un carattere. Induzione e restrizione di rappresentazioni, teoria di Clifford. Rappresentazioni indotte da sottogruppi. Caratteri indotti. Proprietà dell’induzione, legge di reciprocità di Frobenius e sue applicazioni. Restrizione di una rappresentazione a un sottogruppo normale: teoria di Clifford. Gruppo d’inerzia di una rappresentazione; corrispondenza di Clifford. Teorema di Ito.

Prerequisiti

Sono prerequisiti i contenuti standard di un corso annuale di algebra (Algebra I e Algebra II), e qualche conoscenza ulteriore di teoria dei campi.

Modalità didattica

Lezione frontale, 8 CFU

Materiale didattico

C. W. Curtis and I. Reiner, Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras, Wiley Interscience 1962.

C. W. Curtis and I. Reiner, Methods of Representation Theory I, Wiley 1981.

L. Dornhoff, Group Representation Theory, Marcel Dekker 1971.

B. Huppert, Character Theory of Finite Groups, de Gruyter 2011.

I.M. Isaacs, Character theory of finite groups, Academic Press 1976

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è orale e consiste di un colloquio con valutazione in trentesimi. Si articola in una serie di quesiti orali volti a verificare la conoscenza e la padronanza da parte dello studente degli snodi teorici e dei teoremi con relative dimostrazioni svolti a lezione.

Fino all’esaurimento della corrente emergenza sanitaria, l'esame orale si svolgerà in modo remoto mediante la piattaforma "webex", con accesso reso disponibile sulla pagina elearning dell’insegnamento.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ