

SYLLABUS DEL CORSO

Teoria Geometrica dei Gruppi

2425-1-F4001Q082

Obiettivi

L'obiettivo del corso è lo studio di grafi particolari chiamati alberi e dei gruppi che vi agiscono. Questa teoria è stata sviluppata da Hyman Bass e Jean-Pierre Serre negli anni '70 ed è oggi una delle basi nello studio della teoria geometrica di gruppi, che si propone di recuperare proprietà di gruppi mediante la loro azione su certi spazi topologici. Tempo permettendo, vedremo qualche applicazione come le terminazioni (*ends*) di gruppi, la caratterizzazione dei sottogruppi di gruppi liberi tramite grafi di Stallings, la frontiera di un albero, ecc.

- *conoscenze*: linguaggio, definizioni ed enunciati dei risultati fondamentali della teoria di Bass-Serre;
- *competenze*: comprensione operativa delle principali tecniche dimostrative;
- *abilità*: capacità di applicare le nozioni teoriche per la risoluzione di esercizi (*problem solving*)

Il corso può essere tenuto in inglese o italiano. Per fini didattici e trasversali sarebbe preferibile la lingua inglese, ma comunque la lingua verrà discussa e decisa di persona nelle prime lezioni del corso.

Contenuti sintetici

- Nozioni di base di teoria dei grafi e alberi.
- Costruzione di grafi di Cayley a partire da gruppi.
- Costruzione di gruppi liberi, prodotti liberi e generalizzazioni.
- Caratterizzazione di gruppi che agiscono su alberi.

Programma esteso

- Grafi, cammini, connettività, alberi

- Azioni di gruppi su grafi, grafi di Cayley, grafi quoziente
- Gruppi liberi, lemma del diamante e del ping-pong
- Prodotti liberi e amalgamati, estensioni HNN e loro realizzazione tramite azioni su alberi
- Grafi di gruppi, gruppo fondamentale di un grafo di gruppi
- Teorema di caratterizzazione per gruppi che agiscono su alberi (teorema fondamentale della teoria di Bass-Serre)
- Teorema di Kurosh per sottogruppi di prodotti liberi
- Possibili argomenti più avanzati a fine corso (terminazioni di gruppi, grafi di Stallings, frontiera di un albero, ecc.)

Prerequisiti

Algebra I, Geometria I.

Modalità didattica

56 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (8 cfu)

Materiale didattico

- O. Bogopolski, Introduction to Group Theory, EMS Textbooks in Mathematics, 2008.
- J. Meier, Groups, Graphs and Trees, London Mathematical Society, Student Texts, 73, CUP, 2008.
- J-P. Serre, Trees, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- W. Dicks, M. Dunwoody. Groups acting on graphs. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 17. Cambridge University Press, Cambridge, 1989
- G. Baumslag, Topics in combinatorial group theory. Lectures in Mathematics ETH Zürich. Birkhäuser Verlag, Basel, 1993

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

La prova finale d'esame consiste in un colloquio orale svolto in due parti:

(1) La prima parte è una presentazione di 20 minuti su un'applicazione, approfondimento o un tema relazionato della teoria di Bass-Serre concordato con il docente. La presentazione contribuisce 20% del voto finale.

(2) La seconda parte è discussione orale tramite domande su argomenti svolti a lezione contenuti del corso da cui si valuta le competenze acquisite dallo studente nello spiegare e applicare la teoria di Bass-Serre. La discussione su argomenti svolti contribuisce 80% del voto finale.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÀ
