

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

### **COURSE SYLLABUS**

# **Numerical Mathematics for Machine Learning**

2425-1-F4001Q118

#### Obiettivi

In coerenza con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, in questo insegnamento vengono fornite agli studenti le conoscenze riguardanti alcune teorie matematiche e numeriche che stanno alla base del Machine Learning.

L'implementazione dei metodi avverrà utilizzando Python e/o l'ambiente di calcolo MATLAB (fornito dall'Ateneo con licenza individuale per tutti gli studenti). Alla fine del corso, con i codici sviluppati lo studente acquisirà l'abilità di implementare algoritmi elementari di Machine Learning e di comprendere parte della matematica dietro gli algoritmi.

#### Contenuti sintetici

- Formulazione matematica di problemi di Learning e Statistical Learning. Formulazione di Problemi di Classificazione
- Problemi di Minimi quadrati generalizzati. Analisi Statistico di Minimi Quadrati. Bias-Variance trade off
  -Aprendimento con Kernels
  - -Ottimizzazione: Gradient Descent & Stochastic Gradient Descent & Subgradient Methods
  - -Decomposizione del Errore in Problemi di Learning. Curse of Dimensionality.
- Reti Neurali (NN)
- Apprendimento e allenamento delle Reti Neurali

Ulteriori possibili argomenti (a scelta degli studenti a seconda del tempo a disposizione):

- -Universal approximation
- -Uso di NN per approximare PDEs (PINNs methods)

- -Uso di NN per approximare problemi inversi e/o estimare parametri di PDEs
- -Analisi rigoroso delle estime del errore in Problemi di Learning

#### Programma esteso

#### Formulazione matematica di problemi di regressione "generalizzati"

- Richiami di Calcolo delle Probabilità
- Regressione Lineare. Model assessment e selezione: Minimizzazione Empirica, Spazio delle ipotesi, Scambio Bias-Varianza;
- Strumenti di algebra lineare numerica: Singular value decomposition (SVD) a approssimazione low rank;
- Reproducing Kernel Hilbert Spaces (RKHS), Regolarizzazione.

Gradient Descent & Stochastic Gradient Descent & Subgradient Methods

#### Reti Neurali

 Motivazione e Definizione. Rappresentazione Matematica (Neuroni, Reti Neurali Artificiali, Reti Neurali Artificiali Feedforward)

#### Apprendimento e allenamento delle Reti Neurali

- Apprendimento delle Reti Neurali: Motivazione, Regressione/Classificazione;
- back propagation;
- Going Deep: Deep Learning. Vantaggi e Svantaggi. Regolarizzazione, Reti Neurali Convoluzionali.

#### \*Further topics

- Proprietà di Approssimazione di NN, Approssimazione Universale, Classi di Regolarità, Generative Adversarial Network
- NN per approssimare PDEs (PINNS methods)
  - -Rigorous Analysis of Error Estimates in Learning problems

#### Laboratorio:

Implementazione in MATLAB e/o in Python di:

- Reti neurali Feed Forward
- Algoritmo di Back Propagation
- Metodo di discesa del Gradiente Stocastico
   Applicazioni al riconoscimento di immagini artificiali e naturali
   Utilizzo di toolbox MATLAB e/o Python per:
- Reti neurali convoluzionali

#### Prerequisiti

Gli insegnamenti di matematica di base del corso di Laurea Triennale in Matematica.

<sup>\*</sup>Ottimizazione

#### Modalità didattica

Lezioni e Laboratorio Informatico (8 CFU)

#### Materiale didattico

Il materiale didattico sarà fornito dai docenti durante il corso.

### Periodo di erogazione dell'insegnamento

2° semestre

#### Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è diviso in due parti:

- scrittura e presentazione di un progetto;
- esame orale.

Il voto è in trentesimi. L'esame si considera superato solo in entrambe le parti viene conseguita la sufficienza (18/30); le due parti concorrono in egual misura alla votazione finale.

Il progetto valuta l'abilità dello studente a risolvere problemi o affrontare argomenti nuovi utilizzando gli strumenti teorici e i codici sviluppati durante il corso. Viene incoraggiato il lavoro di gruppo (max 3 studenti) e premiata la qualità dell'esposizione.

Nella prova (orale o scritta) viene valutata la conoscenza e **comprensione** delle definizioni, dei risultati delle dimostrazioni e degli algoritmi presentati in aula, con particolare rilievo riguardo al rigore delle argomentazioni. Verranno inoltre valutate la competenza e la padronanza della materia richiedendo di individuare gli aspetti essenziali degli argomenti esposti.

Sono previsti 5 appelli d'esame (giugno, luglio, settembre, gennaio, febbraio).

Sara possibile per gli studenti di adherire a modalita blended. In tale caso, gli studenti avranno 5 punti in piu per il voto finale.

#### Orario di ricevimento

Su appuntamento.

# **Sustainable Development Goals**

ISTRUZIONE DI QUALITÁ