UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

COURSE SYLLABUS

Mathematical Analysis III

2526-3-E3501Q056

Obiettivi

L'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze di base per lo studio di problemi di analisi matematica avanzata.
Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere le tecniche dimostrative per risolvere esercizi e affrontare problemi di analisi matematica.

In dettaglio, secondo i descrittori di Dublino, gli obiettivi sono i seguenti:
(1) Conoscenza e capacità di comprensione.
Gli studenti acquisiranno conoscenze di base dell' analisi matematica avanzata, con particolare riferimento a Spazi di Banach e di Hilbert, spazi Lp, convoluzione, operatori lineari tra spazi normati, Teorema di Baire e sue conseguenze, serie di Fourier, trasformata di Fourier.
Lo studio di tali nozioni si basa sulle conoscenze acquisite negli insegnamenti precedenti e pone le basi per studi più avanzati. Viene incrementata la capacità di comprensione della teoria attraverso un'analisi profonda degli argomenti trattati e attraverso lo studio di esempi e applicazioni.
(2) Capacità di applicare conoscenza e comprensione.
Gli studenti saranno in grado di applicare le nozioni apprese nella risoluzioni di problemi di analisi matematica. Durante lo svolgimento del corso si richiederà di dimostrare enunciati di analisi matematica utilizzando tecniche dimostrative analoghe a quelle dei teoremi in programma.
(3) Autonomia di giudizio.
L’insegnamento ha l’obiettivo di sviluppare nello studente la capacità di analizzare criticamente enunciati e dimostrazioni, prestando anche particolare attenzione al modo in cui le ipotesi intervengono nel processo dimostrativo. Sarà inoltre incentivata l’autonomia nella selezione dei metodi risolutivi più adatti a seconda del tipo di problema. Queste abilità verranno potenziate anche attraverso il confronto tra diverse strategie risolutive per uno stesso problema.
(4) Abilità comunicative.
Gli studenti acquisiranno la capacità di comunicare concetti matematici in modo rigoroso e di presentare una dimostrazione in maniera schematica e comprensibile. Verrà incentivato l’utilizzo del linguaggio matematico formale, sottolineando nel contempo l’importanza di saper tradurre le idee in termini intuitivi.
(5) Capacità di apprendimento.

L'insegnamento si propone di fornire agli studenti gli strumenti necessari per proseguire in modo autonomo lo studio dell’analisi matematica a livelli più avanzati, affrontare nuovi argomenti con metodo e rigore, valorizzando le conoscenze già acquisite. Saranno inoltre stimolati ad attingere a fonti diverse per approfondire e aggiornare le proprie competenze.

Contenuti sintetici

Spazi di Banach. Spazi Lp. Spazi di Hilbert. Serie di Fourier. Convoluzione. Trasformata di Fourier. Teorema di Baire. Teorema della Mappa Aperta. Teorema di Banach-Steinhaus. Spazio duale. Convergenza debole.

Programma esteso

Definizione ed esempi di spazi di Banach. Definizione di L^p (X, ?). Disuguaglianze di Holder e di Minkowski. Completezza di L^p (X, ?). Inclusioni di spazi L^p (X, ?), ? finita. Inclusioni di spazi L^p(Z). Relazioni tra convergenze in norma p, in misura e puntuale. Convoluzione. Identità approssimata. Densità di Cc (Rn) e dello spazio di Schwartz in L^p (Rn). Operatori lineari tra spazi vettoriali normati. Spazio Duale. Enunciato del teorema di Hahn Banach. Dualità degli spazi Lp (solo enunciato). Definizione degli spazi di Sobolev.

Definizione di prodotto interno. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Definizione di spazio di Hilbert. Punti di minima distanza da un chiuso convesso. Teorema delle proiezioni. Disuguaglianza di Bessel. Sistemi ortonormali completi. Formula di Parseval. Ortogonalizzazione di GramSchmidt. Serie di Fourier per funzioni in L^1(T), T toro. Nucleo di Dirichlet. Nucleo di Fejer. Convergenza in L2, uniforme e puntuale delle serie di Fourier.

Teorema di Baire. Teorema di Banach-Steinhaus e applicazioni. Teorema della mappa aperta e del grafico chiuso. Divergenza delle serie di Fourier. Non suriettivita' della trasformata di Fourier da L1(T) in c_0(Z).

Definizione e prime proprietà della trasformata di Fourier. Cenni alla teoria delle distribuzioni.

Prerequisiti

Topologia elementare. Algebra lineare. Calcolo differenziale in una e piu' variabili. Calcolo integrale. Teoria della misura. Numeri complessi.

Modalità didattica

48 ore (8 cfu) di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza.
Corso erogato in lingua italiana

Materiale didattico

G.B. Folland "Real Analysis"
L. Grafakos "Classical Fourier Analysis"
W. Rudin "Real and Complex Analysis"
W. Rudin "Functional Analysis"
E.M. Stein R. Shakarchi "Functional Analysis"
E.M. Stein R. Shakarchi "Fourier Analysis"

Note del docente

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova scritta ed una prova orale.

Prove facoltative in itinere.
Durante il corso verranno proposti alcuni titoli di argomenti da approfondire in gruppi di 3-4 studenti. Ogni gruppo dovrà scrivere un breve elaborato (di alcune pagine) e presentare il lavoro oralmente, con un intervento individuale della durata di circa 10 minuti a testa. Il progetto sarà valutato con un punteggio massimo di 4 punti per il contenuto scritto e fino a 2 punti per la presentazione orale.
In tal modo ogni studente può accumulare fino ad un massimo di 6 punti da sommare al voto dello scritto, qualora questo sia maggiore di 12.

Prova scritta

La prova scritta consiste in domande aperte volte a verificare la comprensione dei contenuti del corso, l'abilità di applicare alla risoluzione di problemi le tecniche dimostrative apprese , la chiarezza espositiva. Ad ogni esercizio verrà attribuito un punteggio parziale massimo, in ragione della sua difficoltà e lunghezza; nella valutazione dello studente verrà assegnato un punteggio in ragione dell'esattezza, della completezza, del rigore, della chiarezza e dell'organicità dello svolgimento. Il punteggio massimo per lo scritto è 33.

Gli esercizi proposti sono in linea con quelli svolti durante le lezioni.

L'ammissione alla prova orale avviene con una valutazione dello scritto maggiore o uguale a 16.

La durata della prova scritta è di due ore.

Prova orale

L'esame orale consiste in una discussione dello scritto e in domande di carattere teorico (definizioni e teoremi con dimostrazione) sugli argomenti trattati a lezione. Nella prova orale verranno valutate la conoscenza e la comprensione del contenuto del corso, nonché la capacità di organizzare in modo lucido, efficace e ben strutturato un'esposizione coerente e puntuale.
Il voto finale è dato dal punteggio della prova scritta a cui vengono sommati o sottratti punti in sede di orale.
.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ