

## SYLLABUS DEL CORSO

### Algebra II

2526-2-E3501Q010

---

#### Obiettivi formativi

1. *Conoscenza e capacità di comprensione*

Lo studente acquisirà conoscenze fondamentali dell'Algebra, con particolare riferimento a:

- estensioni di campi, in particolare campi finiti.
- fondamenti di teoria degli anelli;
- la teoria dei moduli finitamente generati su un dominio a ideali principali (PID).

Queste conoscenze ampliano e consolidano quelle già acquisite nel corso di Algebra I e forniscono una solida base teorica e concettuale, anche in vista di studi matematici più avanzati.

2. *Conoscenza e capacità di comprensione applicate*

Lo studente sarà in grado di applicare le conoscenze teoriche a problemi specifici, sviluppando competenze tecniche e operative, come:

- la determinazione di polinomi minimi di numeri algebrici;
- il riconoscimento e l'analisi di omomorfismi fra strutture algebriche quali gruppi e anelli;
- l'applicazione della teoria dei moduli a problemi concreti quali le forme normali delle matrici.

3. *Autonomia di giudizio*

L'insegnamento mira a sviluppare la capacità di analisi critica e autonoma di concetti astratti, favorendo:

- il riconoscimento della struttura logica di un problema matematico;
- la scelta appropriata degli strumenti algebrici per affrontarlo;
- l'interpretazione rigorosa dei risultati ottenuti.

4. *Abilità comunicative*

Lo studente sarà incentivato a esprimere con chiarezza argomentazioni matematiche complesse, utilizzando:

- il linguaggio formale dell'Algebra;
- una esposizione logica e coerente;
- la capacità di spiegare concetti anche a interlocutori non specialisti, se richiesto.

#### 5. *Capacità di apprendere*

Il corso rafforzerà l'attitudine all'apprendimento autonomo e continuo, fornendo:

- strumenti teorici e metodologici per lo studio di testi avanzati;
- competenze per affrontare successivi corsi specialistici di algebra e di altre discipline matematiche;
- l'abitudine alla formalizzazione e alla generalizzazione, essenziali per il lavoro matematico.

## Contenuti sintetici

Fondamenti di teoria dei campi, degli anelli e dei moduli

## Programma esteso

### CAMPI

Estensioni di campi: estensioni algebriche e trascendenti, grado di un'estensione, formula dei gradi.

Campo di spezzamento di un polinomio.

Campi finiti: costruzione, sottocampi, automorfismi, ciclicità del loro gruppo moltiplicativo.

Polinomi ciclotomici.

### ANELLI

Complementi di teoria degli anelli.

Il teorema cinese dei resti (per i polinomi, per anelli commutativi).

La decomposizione in fratti semplici delle funzioni razionali.

Domini a fattorizzazione unica e il Lemma di Gauss.

Localizzazioni di un dominio. Anelli locali.

L'anello delle serie formali a coefficienti in un campo, con qualche applicazione.

### MODULI

Moduli su un anello e algebra lineare. Moduli liberi: basi, rango, proprietà universale. Torsione.

Moduli su domini a ideali principali: moduli finitamente generati; equivalenza di matrici e riduzione a forma normale.

Teorema di struttura per i moduli finitamente generati.

Moduli di torsione e decomposizione primaria.

Fattori invarianti e divisori elementari.

Applicazione ai gruppi abeliani: teorema di struttura per i gruppi abeliani finitamente generati.

Applicazione alle forme canoniche per le matrici: companion matrix, forma canonica razionale, forma canonica di Jordan.

## Prerequisiti

I contenuti dei corsi Algebra Lineare e Geometria, e Algebra I.

## **Metodi didattici**

Normalmente questo insegnamento viene impartito in modalità interamente erogativa in presenza (DE), mediante lezioni ed esercitazioni frontali alla lavagna, che vengono anche videoregistrate e rese disponibili agli studenti sulla piattaforma elearning. La ripartizione per CFU è: lezioni frontali alla lavagna (6 CFU); esercitazioni frontali alla lavagna (2 CFU).

L'insegnamento viene erogato in lingua italiana.

## **Modalità di verifica dell'apprendimento**

Prova scritta seguita da prova orale.

La prova scritta comprende domande aperte sulla teoria, ed esercizi da risolvere.

La prova orale è un colloquio sugli argomenti svolti a lezione, può comprendere lo svolgimento di esercizi, e fare riferimento alla prova scritta.

Oggetto delle domande degli esami sono definizioni, esempi e controesempi, enunciati e applicazioni di teoremi e le loro dimostrazioni.

## **Testi di riferimento**

Sono disponibili delle Note del corso in PDF, che presentano il materiale del corso. La principale sorgente per tale materiale è il classico testo

N. Jacobson, Basic Algebra I, Freeman Co, 1985,

che può essere utilizzato per approfondimenti.

## **Periodo di erogazione dell'insegnamento**

Primo semestre

## **Lingua di insegnamento**

Italiano

## **Sustainable Development Goals**

ISTRUZIONE DI QUALITÀ

---