UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA

SYLLABUS DEL CORSO

Sistemi Dinamici e Meccanica Classica

2526-2-E3501Q012

Obiettivi

L'insegnamento si propone di presentare le idee fondamentali della Meccanica Classica, dalla formulazione di Galileo e Newton a quella di Lagrange, Hamilton e Jacobi e di fornire gli strumenti matematici necessari alla loro comprensione.

I risultati di apprendimento attesi includono:

1. Conoscenza e comprensione.

- La conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali delle diverse formulazioni della Meccanica Classica.
- La conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave (sistemi isolati, oscillatore armonico, problema di Keplero, trottola di Lagrange);

2. Capacità di applicare conoscenza e cmprensione. La capacità di applicare le conoscenze astratte acquisite alla risoluzione di esercizi. In particolare la capacità di dedurre le equazioni di Lagrange/Hamilton di un sistema vincolato, la capacità di ridurre i gradi di libertà in presenza di simmetrie e la capacità in alcuni casi semplici di discutere qualitativamente il comportamento delle soluzioni delle equazioni del moto e/o di ridurre la loro soluzione a quadrature.
3. Autonomia di giudizio. L'insegnamento mira a sviluppare la capacità dello studente di analizzare criticamente enunciati e dimostrazioni; riconoscere la validità di un argomento matematico e la sua interpretazione nel modello specifico studiato; selezionare autonomamente metodi risolutivi appropriati in dipendenza del problema affrontato. Tali competenze saranno sviluppate anche mediante la discussione di più metodi risolutivi per lo stesso problema e la riflessione sulla scelta di strade alternative.
   (4) Abilità comunicative: gli studenti saranno in grado di discutere descrizioni matematiche di modelli di sistemi dinamici in modo chiaro e rigoroso, sia oralmente che per iscritto e esporre una dimostrazione in maniera coerente e comprensibile. Si promuove l'uso del linguaggio matematico formale, ma anche l'abilità di tradurre concetti in termini del linguaggio comune quando questo sia possibile.
   (5) Capacità di apprendimento: l''insegnamento intende fornire agli studenti gli strumenti per proseguire in

autonomia lo studio della dinamica dei sistemi classici a livelli più avanzati, affrontare nuovi argomenti con metodo e rigore, facendo uso delle conoscenze pregresse, utilizzare fonti diverse (libri di testo, appunti, articoli) per approfondire e aggiornare le proprie competenze. L'insegnamento, anche grazie al suo carattere fortemente interdisciplinare nel quale strumenti analitici e geometrici vengono utilizzati per affrontare lo studio di sistemi dinamici astratti e concreti, contribuisce a costruire una solida base teorica su cui poggiare l'intero percorso formativo della laurea in matematica.

Contenuti sintetici

Richiami di meccanica newtoniana. Equazioni differenziali e loro studio qualitativo. Il principio di D'Alembert e la meccanica di Lagrange. Il problema a due corpi. Il corpo rigido. La meccanica Hamiltoniana. Trasformazioni canoniche.

Programma esteso

Programma esteso

1. Richiami di teoria delle equazioni di differenziali. Campi vettoriali e sistemi di equazioni di differenziali del prim'ordine. Punti di equilibrio di un sistema autonomo e loro stabilità. Teorema di Lyapounov. Linearizzazione di sistemi nonlineari vicino a un punto di equilibrio. Sistemi a un grado di liberta: curve di livello dell'energia e loro studio dettagliato in esempi rilevanti.

2. Meccanica lagrangiana. Equazioni di Eulero-Lagrange. Punto materiale vincolato ad una curva regolare. Punto materiale vincolato ad una superficie regolare. Il principio di D'Alembert per vincolo olonomi. Punti di equilibrio e piccole oscillazioni. Formulazione variazionale delle equazioni di Eulero-Lagrange. Gruppi ad un parametro di diffeomorfismi e simmetrie. Il teorema di Noether. Il problema a due corpi. Le leggi di Keplero.

3. SO(3) e velocità angolare. Sistemi di riferimento inerziali e non inerziali. Meccanica del corpo rigido. L'operatore di inerzia. Il teorema di K•oenig. Le equazioni di Eulero per il corpo rigido. Gli angoli di Eulero e la trottola di Lagrange.

4. Meccanica hamiltoniana. La trasformata di Legendre. Le equazioni di Hamilton. Parentesi di Poisson di funzioni e di Lie. Simmetrie e leggi di conservazione in meccanica hamiltoniana. Formulazione variazionale delle equazioni di Hamilton. Trasformazioni canoniche e condizioni equivalenti di canonicità. Il toerema di Liouville.

Prerequisiti

Analisi I, Algebra Lineare e Geometria, Fisica I.

Modalità didattica

64 ore di lezione svolte in modalità erogativa, in presenza (8 cfu)

48 ore di esercitazione in modalità erogativa, in presenza (4 cfu)
L'insegnamento è erogato in lingua italiana

Il corso utilizzerà didattica in presenza di tipo erogativo per sviluppare i concetti e le tecniche fondamentali nell'ambito dei Sistemi Dinamici e della Meccanica Classica. Il docente sottolineerà in modo problematico la teoria esposta e porrà frequentemente domande agli studenti, stimolando e incoraggiando la posizione di domande e problemi da parte loro.

Materiale didattico

Testi consigliati:

1. V. I. Arnold, Metodi matematici della meccanica classica, Editori Riuniti.

2. A. Fasano e S. Marmi Meccanica Analitica Bollati-Boringhieri 2002.

3. L.D. Landau. E. M. Lifshits, Meccanica, Editori Riuniti.

4. N.M.J. Woodhouse, Introduction to analytical dynamics, Oxford Science Publications. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1987.

G.Dell'Antonio, Elementi di Meccanica, Liguori, Napoli (1996)

Altro materiale complementare verrà fornito dal docente.

Per quanto riguarda esempi ed esercitazioni, si consigliano i seguenti testi

1. F. Talamucci, Esercizi svolti sul formalismo lagrangiano e hamiltoniano con brevi richiami di teoria. Edizioni Nuova Cultura, 20142.

2. Alessandra Celletti, Esercizi e Complementi di Meccanica Razionale, Aracne Editrice, (2003)

3. Giancarlo Benettin, Eserciziario per il corso di Fisica Matematica, Padova (2017)

(liberamente scaricabile dalla pagina web dell'autore:

).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è costituito da una prova scritta ed una prova orale.

La prova scritta consiste nello svolgimento di due esercizi (tipicamente un esercizio di Meccanica Lagrangiana ed un esercizio di Meccanica Hamiltoniana). La durata della prova è di tre ore. Risposte corrette senza adeguate spiegazioni per motivare i risultati ottenuti non verranno valutate a pieni voti. L'ammissione all'orale richiede un voto nella prova scritta non inferiore a 15/30 (votazione "Quasi sufficiente").

La prova orale richiede la conoscenza e la dimostrazione dei teoremi svolti a lezione e la capacità di illustrarne il contenuto mediante esempi significativi. Oltre alla conoscenza dei contenuti teorici del corso verrà valutata la capacità di presentarli in modo ben strutturato, coerente e con linguaggio appropriato. Verrà valutata pertanto oltre all'abilità nella soluzione di esercizi, anche la consapevolezza teorica dello studente.
Se la prova scritta ottiene una valutazione di almeno 18/30, potrà venire considerata sufficiente per l'esito complessivo dell'esame, e darà luogo alla possibilità di rinunciare alla prova orale, comunque a seguito di opportuna valutazione da parte del docente. In assenza della prova orale la votazione finale non potrà tuttavia superare andare oltre l'esito massimo di 24/30, indipendentemente dalla valutazione ottenuta negli scritti.

La prova orale deve essere sostenuta nello stesso appello d'esame in cui è stata sostenuta la prova scritta.

Durante lo svolgimento del corso, verranno offerte due prove scritte in itinere, attinenti alla prima metà e alla seconda metà del corso rispettivamente. Gli studenti che superano entrambe le prove con un voto non inferiore a 15/30 sono ammessi alla eventuale prova orale. In questo caso la prova orale va sostenuta entro l'appello di luglio compreso. Come per la prova completa, se le prove in itinere ottengono una valutazione media di almeno 18/30, esse potranno venire considerate sufficienti per l'esito complessivo dell'esame, e daranno luogo alla possibilità di rinunciare alla prova orale, comunque a seguito di valutazione da parte del docente, che può richiedere in ogni caso la prova orale. In assenza della prova orale la votazione finale non potrà tuttavia superare l'esito massimo di 24/30, indipendentemente dalla valutazione ottenuta negli scritti.

Gradazione delle votazioni:

18-19: preparazione su un numero ridotto di argomenti presenti nel programma del corso, con capacità di trattazione e
analisi limitate;
competenza espositiva e lessico non sempre corretti, con una capacità di elaborazione critica limitata;
20-23: preparazione su una parte degli argomenti presenti nel programma del corso, capacità di analisi autonoma solo su
questioni puramente pratiche ed esecutive, uso di un lessico corretto anche se non del tutto accurato e chiaro e di una
capacità espositiva a tratti incerta;
24-27: preparazione su un numero ampio di argomenti trattati nel programma del corso, capacità di svolgere in modo
autonomo l’argomentazione e l’analisi critica, capacità di applicazione delle conoscenze ai contesti e collegamento dei
temi a casi concreti, uso di un lessico corretto e competenza nell’uso del linguaggio disciplinare;
28 – 30/30L: preparazione completa ed esaustiva sugli argomenti in programma d’esame, capacità personale di
trattazione autonoma e di analisi critica dei temi, capacità di riflessione e autoriflessione e di collegamento dei temi a
casi concreti e a diversi contesti, ottima capacità di pensiero critico e autonomo, piena padronanza del lessico
disciplinare e di una capacità espositiva rigorosa e articolata, capacità di argomentazione, riflessione e di
autoriflessione, capacità di collegamenti ad altre discipline.

Orario di ricevimento

Su appuntamento, per mezzo della piattaforma webex o di persona quando consentito dalla situazione sanitaria.

Sustainable Development Goals

ISTRUZIONE DI QUALITÁ